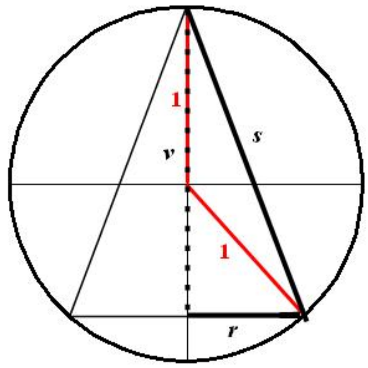
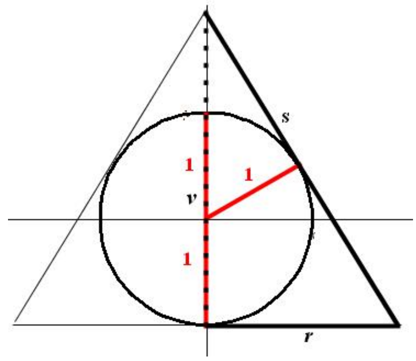
Úloha 5 – funkční předpis

(př. 1 - 4 jsou za 2 body)



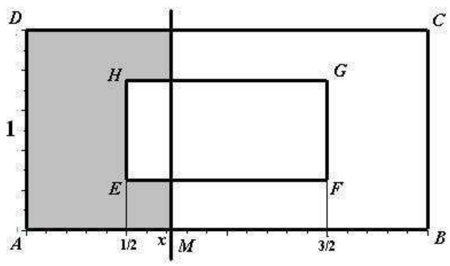
1) Je dána koule o poloměru 1. Vyjádřete povrch S rotačního kužele vepsaného do této koule jako funkci jeho strany s. Najděte definiční obor této funkce.

2) Je dána koule o poloměru 1. Vyjádřete objem V rotačního kužele vepsaného do této koule jako funkci jeho strany s. Najděte definiční obor této funkce.

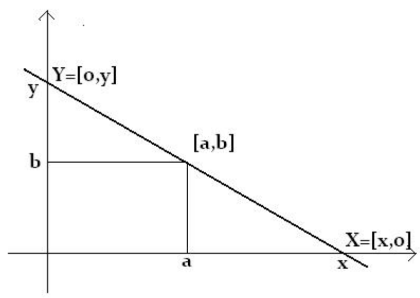


3) Je dána koule o poloměru 1. Vyjádřete povrch S rotačního kužele opsaného této kouli jako funkci poloměru jeho podstavy r. Najděte definiční obor této funkce.

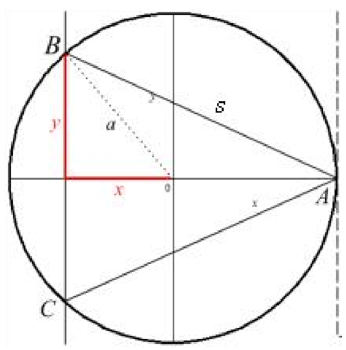
4) Je dána koule o poloměru 1. Vyjádřete objem V rotačního kužele opsaného této kouli jako funkci jeho výšky v. Najděte definiční obor této funkce.



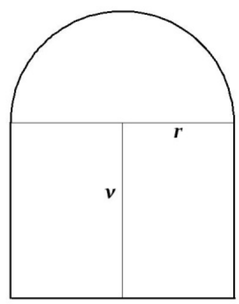
5) Z obdélníku $ABCD$ se stranami $AB = 2$, $BC = 1$ je vynechaný obdélník $EFGH$ se stranami $EF = 1$, $FG = 0.5$. Přímka rovnoběžná se stranou BC protíná stranu AB v bodě M. Vyjádřete obsah šedé části jako funkci délky úsečky AM, $\rho(AM) = x$. Nakreslete graf této funkce.



6) Daným bodem $A = [a,b]$ v prvním kvadrantu vedeme přímku p tak, aby protla obě kladné poloosy; její průsečík s osou x označme X, průsečík s osou y označme Y. Vyjádřete obsah trojúhelníku OXY, kde O je počátek souřadnic, jako funkci první souřadnice bodu X a určete její definiční obor.

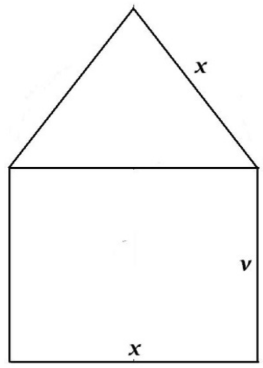


7) Je dána kružnice $x^2 + y^2 = a^2$ a na ní bod $A = [a, ?]$. Sestrojíme přímku p rovnoběžnou s tečnou ke kružnici v bodě A. Průsečíky přímky p a dané kružnice označme B a C. Vyjádřete obvod O trojúhelníku ABC jako funkci x-ové souřadnice průsečíku přímky p s osou x s a určete její definiční obor.



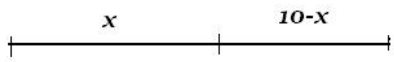
8) Průřez tunelu má tvar obdélníku s přilehlým půlkruhem, přičemž obvod tohoto průřezu je 20m. Vyjádřete plošný obsah S průřezu tunelu jako funkci poloměru r půlkruhu a určete její definiční obor.

9) Rovinný obrazec je složen z obdélníku o podstavě délky x, na kterém je umístěn rovnostranný trojúhelník se stranou délky x, přičemž obvod obrazce je roven 10. Vyjádřete plošný obsah S obrazce jako funkci délky jeho podstavy a určete definiční obor této funkce.



10) Rovinný obrazec je složen z obdélníku o podstavě délky x, na kterém je umístěn rovnostranný trojúhelník se stranou délky x, přičemž obvod obrazce je roven 10. Vyjádřete objem tělesa, které vznikne rotací kolem jeho svislé osy symetrie jako funkci délky podstavy obrazce a určete definiční obor této funkce.

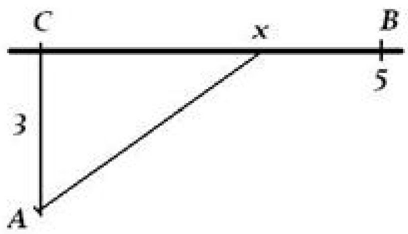
11) Úsečku délky 10 rozdělíme na dvě části ve vzdálenosti x od jednoho jejího konce; z jedné části vyrobíme rovnostranný trojúhelník a z druhé kružnici. Vyjádřete součet plošných obsahů takto vzniklých obrazců jako funkci délky x a určete její definiční obor. Pozn.: Uvažujte i možnost, že vůbec nerozdělujeme.



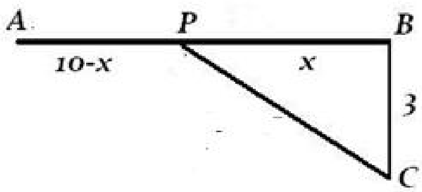
12) Úsečku délky 10 rozdělíme na dvě části ve vzdálenosti x od jednoho jejího konce; z jedné části vyrobíme čtverec a z druhé kružnici. Vyjádřete součet plošných obsahů takto vzniklých obrazců jako funkci délky x a určete její definiční obor. Pozn.: Uvažujte i možnost, že vůbec nerozdělujeme.

13) Úsečku délky 10 rozdělíme na dvě části ve vzdálenosti x od jednoho jejího konce; z jedné části vyrobíme rovnostranný trojúhelník a z druhé čtverec. Vyjádřete součet plošných obsahů takto vzniklých obrazců jako funkci délky x a určete její definiční obor. Pozn.: Uvažujte i možnost, že vůbec nerozdělujeme.

14) Hustým lesem vede přímá cesta. Jižně od cesty se ve vzdálenosti 3km nachází hájovna. U cesty stojí 5km od bodu P nejblíže k hájovně hospoda, do které hajný rád chodí. Lesem může jít rychlostí 3km/h a po cestě rychlostí 5km/h. Vyjádřete dobu, za kterou se hajný může dostat pěšky z hájovny do hospody, jako funkci vzdálenosti x místa, kde by měl vyjít z lesa na cestu, od bodu na cestě nejblíže hájovně.



15) Město Bory (B) leží 10km východně od města Akáty (A) a město Cedry (C) leží 3km jižně od Borů. Z A do C se má postavit dopravní spojení a to tak, že se využije probíhající stavba dálnice z A do B a z ní se vybuduje odbočka obyčejnou silnicí v nějakém místě P na trase AB. Příspěvek na náklady na stavbu dálnice je 4 miliony Kč na 1km, zatímco cena stavby silnice je 5 milionů Kč na 1km. Vyjádřete náklady na stavbu silnice jako funkci vzdálenosti x mezi P a B (včetně def. oboru).



16) Muž v loďce (v bodě A) je vzdálený 9,5 km od bodu B na pobřeží. Chce se dostat do místa C na pobřeží, které je od něj vzdálené 16 km. Umí veslovat rychlostí 3,2 km/h a jít rychlostí 6,4 km/h. Vyjádřete čas, za který se dostane do bodu C jako funkci vzdálenosti bodu, ve kterém se vylodí na břehu, od cíle.