

Domácí úloha 4. – komplexní čísla

1. Najděte algebraický tvar komplexních čísel

a) $(1 + j) \cdot j$

b) $(-j)^{27}$

c) j^{2009}

d) $j + j^3 + j^5 + j^7 + j^9$

e) $5 - 8j + 6j^2 - 3j^3 + 6j^4$

f) $j \cdot j^2 \cdot j^3 \cdot \dots \cdot j^{100}$

2. Určete reálná čísla a, b , pro která platí $a \cdot (3 - 4j) + b \cdot (1 + j) = 3 - 11j$.

3. Řešte rovnici s neznámou $z \in \mathbb{C}$: $\frac{z}{2+j} + j \cdot (4z - 2 + j) = 11j - 15$

4. Vypočítejte

a) $|3 - 4j|$

b) $\left| \frac{j^{10} - j}{1 + 2j} \right|$

c) $\left| \frac{1 - j}{2 + j} \cdot (1 - 2j) \right|$

5. a) Určete absolutní hodnotu komplexního čísla z , které splňuje rovnici $(1 + j \cdot \sqrt{3}) \cdot z = 1 - j \cdot \sqrt{3}$

b) Dokažte, že číslo $z = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \cdot j$ je komplexní jednotka.

6. Vypočítejte $z = \sqrt{-5 + 12j}$ bez převodu do goniometrického tvaru.

7. Najděte goniometrický a exponenciální tvar komplexních čísel

a) -2

b) $5j$

c) $1 - j$

d) $\frac{2 - j}{3j - 1}$

8. V goniometrickém (nebo v exponenciálním) tvaru vypočítejte $z_1 \cdot z_2$ a $\frac{z_1}{z_2}$ je-li

$$z_1 = \sqrt{3} + j, \quad z_2 = 6 \left(\cos \frac{\pi}{3} + j \sin \frac{\pi}{3} \right).$$

V příkladech 9 – 14 řešte dané rovnice v oboru komplexních čísel v exponenciálním tvaru. Výsledky запиšte v algebraickém tvaru.

9. $z^4 + 1 = 0$

10. $z^3 = \frac{1}{8}$

11. $z^3 = -\frac{1}{8}$

12. $z^4 - 16 = 0$

13. $z^6 = 64$

14. $z^6 = -64$