

Cvičení 9

Transformace grafů

1) Pomocí grafu funkce $f(x) = x^2$ nakreslete grafy funkcí

$$g(x) = x^2 + 2x - 2, g(x) = (|x| + 1)^2 - 3, g(x) = |x^2 + 2x - 2|, g(x) = \left| (|x| + 1)^2 - 3 \right|$$

2) Pomocí grafu funkce $f(x) = x^3$ nakreslete graf funkce $g(x) = \left| (|x| - 1)^3 - 1 \right|$

3) Pomocí grafu funkce $f(x) = \frac{1}{x}$ nakreslete graf funkce $f(x) = \frac{2x}{x-1}$, $f(x) = \left| \frac{2x}{x-1} \right|$

Pro dané funkce určete $|f(x)|$, $f(|x|)$, $-f(x)$, $f(-x)$, $2f(x)$, $f(2x)$, $f(x+1)$, $f(x)+1$, $2f(1-x)+1$:

$$4) f(x) = \begin{cases} 1 & x \in \{-1, 0\} \\ 0 & x \in (-1, 0) \\ -x & x \in (0, 1) \end{cases} \quad 5) f(x) = \begin{cases} x+2 & x \in \langle -2, -1 \rangle, \\ x & x \in (-1, 0), \\ 1-x & x \in \langle 0, 1 \rangle, \\ -1 & x \in \langle 1, 2 \rangle. \end{cases}$$

Složené funkce

Ověřte, zda následující funkce splňují vztah $f(f(f(x))) = x$:

6) $f(x) = 2 - \frac{1}{x-1}$

7) $f(x) = -\frac{1}{x+1}$

8) Pro funkce f a g definované předpisy $f(x) = \begin{cases} -2 & x < -1 \\ 0 & x = -1 \\ 2 & x \in (-1, 1) \\ 0 & x \geq 1 \end{cases}$, $g(x) = |x+1|$

najděte předpis pro složenou funkci $g \circ f$.

Najděte a nakreslete funkci $(f \circ f)(x) = f(f(x))$, je-li

9) $f(x) = \begin{cases} 0 & x < -1 \\ 1 & x \in \langle -1, 1 \rangle \\ \frac{1}{2} & x = 1 \\ 0 & x \in (1, \infty) \end{cases}$

10) $f(x) = \begin{cases} 1 & x \in \{-1, 0\} \\ 0 & x \in (-1, 0) \\ -x & x \in (0, 1) \end{cases}$

11) $f(x) = \begin{cases} 1 & x = -1 \\ -1-x & x \in (-1, 0) \\ x & x \in \langle 0, 1 \rangle \\ 0 & x = 1 \end{cases}$

12) $f(x) = \begin{cases} 0 & x = -1 \\ -x & x \in (-1, 0) \\ x-1 & x \in (0, 1) \\ 1 & x = 1 \end{cases}$