

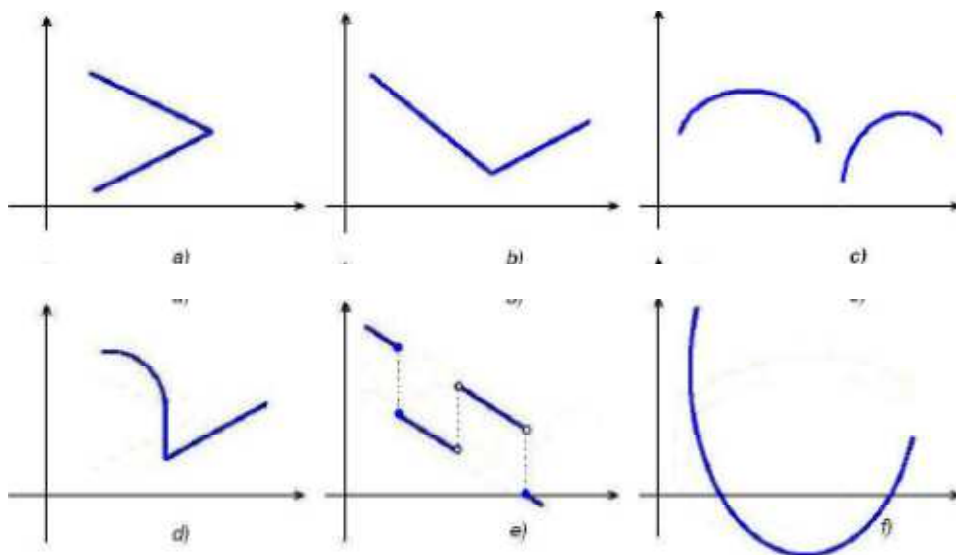
Cvičení 5 - Funkce

Funkční předpis

- 1) Určete závislost délky tělesové úhlopříčky krychle na délce její strany.
- 2) Určete závislost povrchu krychle na délce její strany.
- 3) Určete závislost objemu kvádrů se čtvercovou podstavou a povrchem rovným 2 na délce strany podstavy.
- 4) Určete závislost povrchu S válcové plechovky o objemu V na délce poloměru její podstavy.
- 5) Vyjádřete závislost počtu aritmetických operací (sečítání a násobení) potřebných k výpočtu funkční hodnoty polynomu při dosazení daného čísla na stupni tohoto polynomu.
- 6) Dva kanály, kterými se splavují klády, jsou na sebe kolmé a mají šířku 4m a 6m. Vyjádřete délku l klády, která se při pohybu z jednoho kanálu do druhého dotýká obou stěn kanálů, jako funkci úhlu φ , který svírá s jednou stranou
- 7) Otevřená krabice vznikla z obdélníkového kartonu $60 \times 28 \text{ cm}$ tak, že se v rozích vyřízly čtverce o straně x a vzniklé obdélníky po stranách se ohnuly nahoru. Vyjádřete objem této krabice v závislosti na délce strany vyříznutého čtverce.

Základní vlastnosti, rovnost funkcí, zúžení funkce

- 1) V následujícím obrázku jsou nakresleny křivky. Ve kterém případě se může jednat o graf nějaké funkce a ve kterém ne?



- 2) Zjistěte, které z následujících funkcí f , g (s přirozeným definičním oborem) se sobě rovnají:

a) $f(x) = x - 1$, $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$,

b) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x+1}}$, $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$,

c) $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = \frac{x}{x^2}$

d) $f(x) = \ln x^2$, $g(x) = 2 \ln x$

e) $f(x) = x$, $g(x) = \sqrt{x^2}$, $h(x) = (\sqrt{x})^2$

3) Najděte zúžení funkcí z předchozího příkladu tak, aby se takto vzniklé funkce sobě rovnaly.

4) Necht' funkce f je definovaná předpisem $f(x) = \frac{1}{x} - 1$. Ověřte, zda platí

a) $f(x) + f(-x) = -2$, b) $f(2x) = \frac{1}{2}(f(x) - 1)$, c) $f(1-x) = \frac{1}{f(x)}$,

d) $-\frac{1}{f(x+1)} = f(x) + 2$ e) $\frac{1}{f(x)+1} = f\left(\frac{1}{x}\right) + 1$.

Definiční obor funkce

- a) $\frac{7x^2 + 6x + 5}{x^2 - 1}$ b) $\frac{2x + 3}{x^2 + 3x + 2}$ c) $\sqrt{x^2 - 4}$ d) $\sqrt{(3x - 2)^2}$ e) $\frac{1}{\sqrt{x - 3}}$
- f) $\frac{3}{\sqrt{25 - x^2}}$ g) $\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$ h) $\sqrt{(2-x)(x+3)}$ i) $\frac{x}{|x|}$ j) $\frac{x}{x - |x|}$
- k) $\frac{2}{x + |x| - 2}$ l) $\sqrt{\frac{4 - x^2}{|4 - x^2|}}$ m) $\sqrt{\frac{x^2 - 4}{|4 - x^2|}}$ n) $\frac{1}{2^{\frac{x}{x-1}} - 3^{\frac{x}{x-1}}}$ o) $\ln(\sqrt{x-3} - 2)$

Elementární funkce I

Pro která p je exponenciální funkce $\left(\frac{p}{p+2}\right)^x$ a) rostoucí, b) klesající?

Řešte v \mathbb{R} následující rovnice:

1) $\left(\frac{27}{8}\right)^x = \frac{3}{2}$ 2) $\frac{64}{25} \cdot \left(\frac{8}{5}\right)^{\frac{3}{x-1}} = \left(\frac{125}{512}\right)^{3-x}$ 3) $3^{2+x} + 3^{4-x} - 90 = 0$

4) $\frac{(10^{x-1})^3}{5^{x^2-3}} = \frac{2^{x^2-3}}{0,01}$ 5) $2^{(x-4)\sqrt{x^2+x+6}} = 1$ 6) $3^x - 2^x = 2^{x+1} + 3^{x-2}$

7) $5 \cdot 2^x \cdot \sqrt{x} - 2 \cdot 4^x \cdot \sqrt{x} - 2 \cdot \sqrt{x} = 5 \cdot 2^{x+1} - 2^{x+2} - 4$ 8) $4 \cdot 9^{\frac{1}{x}} - 9 \cdot 4^{\frac{1}{x}} = 5 \cdot 6^{\frac{1}{x}}$

Řešte následující nerovnice:

9) $\left(\frac{5}{6}\right)^{\sqrt{x-4}} > (1,2)^{\sqrt{x}}$ 10) $2^{\sqrt{x-6}} \leq 8 \cdot \sqrt{(0,125)^{\frac{4-x}{3}}}$

11) Pro která x platí

a) $-1 \leq \log_3 x \leq 2$ b) $\log_2(2x-3) < 3$

Řešte rovnice

12) $2\ln(x-2) = \ln(14-x)$

13) $\log(x+1) + \log(x-1) = \log x + \log(x+2)$

14) $\log(x^3+1) - \log 7x = \log(x+1) - \log 6$

15) $\frac{1}{2}\log x^2 + \log 4 = 2 - \log(x+10)$

16) $\frac{2}{\log_2 x + 1} - \frac{1}{\log_2 x - 5} = 1$

17) $3 \cdot \log_x 32 + 5 \log_{32} x = 8$

Řešte následující nerovnice:

18) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{5}{x-3} \geq 0$ **19)** $\log_{\frac{2}{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x \geq 2$ **20)** $\log_5(x+1) + 1 \geq \log_5(x^2-1)$