

Komplexní čísla

1) Vyjádřete výrazy $a+b$, $b-a$, $a \cdot b$, $\frac{b}{a}$, a^2 , $-a$, \bar{a} v algebraickém tvaru,

$$\text{je-li } a = 2\sqrt{3} - 2j, \quad b = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}j.$$

2) Najděte algebraický tvar komplexních čísel

a) $(1+j) \cdot j$ b) $\frac{2+j}{1-j}$ c) $(-1+j)^{-2}$ d) $(-j)^{27}$
e) j^{2009} f) $j + j^3 + j^5 + j^7 + j^9$ g) $5 - 8j + 6j^2 - 3j^3 + 6j^4$ h) $\frac{j^{10} - j^{12} - 4j^{15}}{j^5 - j^3}$

3) Vypočítejte a) $|3-4j|$, b) $\left| \frac{-2-3j}{3-2j} \right|$ c) $\left| \frac{j^{10}-j}{1+2j} \right|$.

4) Najděte reálnou a imaginární část komplexních čísel

a) $\left(\frac{1-j}{1+j} \right)^2 - \left(\frac{1+j}{1-j} \right)^2$, b) $\frac{9j^9 - 7j^7 - 5j^5 - 3j^3 + j}{25j^3}$.

5) Najděte goniometrický (a exponenciální) tvar komplexních čísel

a) $a = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}j$, b) $b = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}j$, c) $c = \frac{3-j}{1+3j}$.

Nakreslete čísla a, b, c v Gaussově komplexní rovině. Najděte goniometrický a exponenciální tvar čísel

$$a \cdot b, \quad \frac{a}{b}, \quad a \cdot b \cdot c, \quad b^4.$$

6) Najděte goniometrický tvar komplexních čísel

a) -2 b) $5j$ c) $1-j$ d) $\frac{2-j}{3j-1}$

7) Najděte algebraický tvar komplexních čísel

a) $2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + j \sin \frac{\pi}{6} \right)$ b) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}j \right)^{100}$.

8) Vypočítejte $z_1 \cdot z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$ je-li

a) $z_1 = 6 \left(\cos \frac{\pi}{2} + j \sin \frac{\pi}{2} \right)$, $z_2 = \frac{1}{3} \left(\cos \frac{\pi}{6} + j \sin \frac{\pi}{6} \right)$ b) $z_1 = \sqrt{3} + j$, $z_2 = 6 \left(\cos \frac{\pi}{3} + j \sin \frac{\pi}{3} \right)$

9) V oboru komplexních čísel řešte rovnice

a) $z^4 = 1$ b) $z^4 + 1 = 0$ c) $z^3 = \frac{1}{8}$ d) $z^6 = -64$ e) $z^3 - 8i = 0$

10) V Gaussově komplexní rovině nakreslete množinu čísel, pro která platí

a) $|z-j|=3$ b) $|z-2+3j|<2$ c) $|z+2|\geq 1$