Operácie nad fuzzy podmnožinami a fuzzy číslami

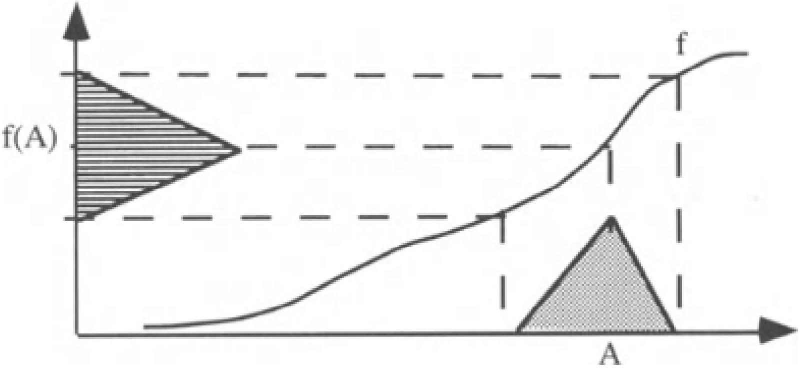
Asi tím

10. októbra 2024

Obsah

Vysvetlenie princípu rozšírenia

Vysvetlenie princípu rozšírenia (s ľudskou tvárou)



Obr.: Princíp rozšírenia s ľudskou tvárou

Vysvetlenie princípu rozšírenia

- (Zadehov princíp rozšírenia) Predpokladajme, že X a Y sú ostré množiny a nech f je zobrazenie z X do Y,

$$f : X \to Y$$

Vysvetlenie princípu rozšírenia

- (Zadehov princíp rozšírenia) Predpokladajme, že X a Y sú ostré množiny a nech f je zobrazenie z X do Y,

$$f : X \to Y$$

také, že pre každé $x \in X$, $f(x) = y \in Y$. Predpokladajme, že A je fuzzy podmnožina X, použitím princípu rozšírenia môžeme definovať $f(A)$ ako fuzzy podmnožinu Y tak, že

Vysvetlenie princípu rozšírenia

$$f(A)(y) = \begin{cases} \sup_{x \in f^{-1}(y)} A(x) & \text{ak } f^{-1}(y) \neq \emptyset \\ 0 & \text{inak} \end{cases}$$

- kde $f^{-1}(y) = \{x \in X \mid f(x) = y\}$

Vysvetlenie princípu rozšírenia

$$f(A)(y) = \begin{cases} \sup_{x \in f^{-1}(y)} A(x) & \text{ak } f^{-1}(y) \neq \emptyset \\ 0 & \text{inak} \end{cases}$$

- kde $f^{-1}(y) = \{x \in X \mid f(x) = y\}$
- Ak je f striktne rastúca (alebo striktne klesajúca), potom

Vysvetlenie princípu rozšírenia

$$f(A)(y) = \begin{cases} \sup_{x \in f^{-1}(y)} A(x) & \text{ak } f^{-1}(y) \neq \emptyset \\ 0 & \text{inak} \end{cases}$$

- kde $f^{-1}(y) = \{x \in X \mid f(x) = y\}$
- Ak je f striktne rastúca (alebo striktne klesajúca), potom

$$f(A)(y) = \begin{cases} A(f^{-1}(y)) & \text{ak } y \in \text{Range}(f) \\ 0 & \text{inak} \end{cases}$$

- kde $\text{Range}(f) = \{y \in Y \mid \exists x \in X \text{ také, že } f(x) = y\}$.

Operácie s fuzzy číslami pomocou princípu rozšírenia

Operácie s fuzzy číslami pomocou princípu rozšírenia

- Nech T je T-norma a nech f je zobrazenie z $X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n$ do Y. Predpokladajme, že $(A_1, \ldots, A_n)$ je fuzzy podmnožina $X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n$. Použitím princípu rozšírenia môžeme definovať $f(A_1, A_2, \ldots, A_n)$ ako fuzzy podmnožinu Y takú, že

Operácie s fuzzy číslami pomocou princípu rozšírenia

- Nech T je T-norma a nech f je zobrazenie z $X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n$ do Y. Predpokladajme, že $(A_1, \ldots, A_n)$ je fuzzy podmnožina $X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n$. Použitím princípu rozšírenia môžeme definovať $f(A_1, A_2, \ldots, A_n)$ ako fuzzy podmnožinu Y takú, že

$$\mathrm{f}(\mathrm{A}_1, A_2, \ldots, A_n)(y) = \begin{cases} \sup\{T(A_1(x), A_2(x), \ldots, A_n(x)) \mid x = f^{-1}(y)\} & \text{if } f^{-1}(y) \neq \emptyset \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- Toto sa nazýva princíp rozšírenia sup-T.

Operácie s fuzzy číslami pomocou princípu rozšírenia

- Špeciálne, ak T je T-norma a $*$ je binárna operácia na $\mathbb{R}$, potom $*$ môže byť rozšírená na fuzzy množiny s použitím sup-T rozširovacieho princípu ako

$$(A_1 * A_2)(z) = \sup_{x_1 * x_2 = z} T(A_1(x_1), A_2(x_2)), \quad z \in \mathbb{R}.$$

Operácie s fuzzy číslami pomocou princípu rozšírenia

- Špeciálne, ak T je T-norma a $*$ je binárna operácia na $\mathbb{R}$, potom $*$ môže byť rozšírená na fuzzy množiny s použitím sup-T rozširovacieho princípu ako

$$(A_1 * A_2)(z) = \sup_{x_1 * x_2 = z} T(A_1(x_1), A_2(x_2)), \quad z \in \mathbb{R}.$$

$$(A_1 + A_2)(z) = \sup_{x_1 + x_2 = z} T(A_1(x_1), A_2(x_2)), \quad z \in \mathbb{R}.$$

Sčítavanie fuzzy čísel pomocou T-norm

Sčítavanie fuzzy čísel pomocou T-norm

- Ak je T-norma T Archimedovska - $T(x, x) < x \; x \in (0, 1)$, vieme ju vyjadriť ako súčet funkcie s jednou premennou f.
- f je klesajúca funkcia, $f : [0, 1] \to [0, \infty]$ a $f(1) = 0$.

Sčítavanie fuzzy čísel pomocou T-norm

- Ak je T-norma T Archimedovska - $T(x,x) < x$ $x \in (0,1)$, vieme ju vyjadriť ako súčet funkcie s jednou premennou f.
- f je klesajúca funkcia, $f : [0,1] \to [0,\infty]$ a $f(1) = 0$.

$$T(x,y) = f^{[-1]}(f(x) + f(y))$$

kde:

$$f^{[-1]}(y) = \begin{cases} f^{-1}(y) & \text{if } y \in [0, f(0)] \\ 0 & \text{inak} \end{cases} \tag{1}$$

Sčítavanie fuzzy čísel pomocou T-norm

- Ak je T-norma T Archimedovska - $T(x,x) < x$ $x \in (0,1)$, vieme ju vyjadriť ako súčet funkcie s jednou premennou f.
- f je klesajúca funkcia, $f : [0,1] \to [0,\infty]$ a $f(1) = 0$.

$$T(x,y) = f^{[-1]}\left(f(x) + f(y)\right)$$

kde:

$$f^{[-1]}(y) = \begin{cases} f^{-1}(y) & \text{if } y \in [0, f(0)] \\ 0 & \text{inak} \end{cases} \tag{1}$$

- Funkciu f nazývame aditívny generátor T.

Sčítavanie fuzzy čísel pomocou T-norm

- Ak T je Archimedovska T-norma a $\tilde{a}_1$ a $\tilde{a}_2$ sú fuzzy množiny, ich súčet $\tilde{A} := \tilde{a}_1 + \tilde{a}_2$ vieme vyjadriť takto:

$$\tilde{A}(z) = \sup_{x_1 + x_2 = z} T(\tilde{a}_1(x_1), \tilde{a}_2(x_2)), \quad z \in \mathbb{R}$$

Sčítavanie fuzzy čísel pomocou T-norm

- Ak T je Archimedovska T-norma a $\tilde{a}_1$ a $\tilde{a}_2$ sú fuzzy množiny, ich súčet $\tilde{A} := \tilde{a}_1 + \tilde{a}_2$ vieme vyjadriť takto:

$$\tilde{A}(z) = \sup_{x_1+x_2=z} T(\tilde{a}_1(x_1), \tilde{a}_2(x_2)), \quad z \in \mathbb{R}$$

$$\tilde{A}(z) = \sup_{x_1+x_2=z} f^{[-1]}\left(f(\tilde{a}_1(x_1)) + f(\tilde{a}_2(x_2))\right), \quad z \in \mathbb{R}$$

Sčítavanie fuzzy čísel pomocou T-norm

- Keďže sú T-normy asociatívne, T-sumu $\tilde{A}_n(z) := \tilde{a}_1 + \ldots + \tilde{a}_n$ vieme napísať ako

$$\tilde{A}_n(z) = \sup_{x_1+\ldots+x_n=z} f^{[-1]}\left(\sum_{i=1}^{n} f(\tilde{a}_i(x_i))\right)$$

Sčítavanie fuzzy čísel pomocou T-norm

- Keďže sú T-normy asociatívne, T-sumu $\tilde{A}_n(z) := \tilde{a}_1 + \ldots + \tilde{a}_n$ vieme napísať ako

$$\tilde{A}_n(z) = \sup_{x_1+\ldots+x_n=z} f^{[-1]}\left(\sum_{i=1}^{n} f(\tilde{a}_i(x_i))\right)$$

- Keďže f je klesajúca, $f^{[-1]}$ je taktiež klesajúca.

$$\tilde{A}_n(z) = f^{[-1]}\left(\inf_{x_1+\ldots+x_n=z} \sum_{i=1}^{n} f(\tilde{a}_i(x_i))\right)$$

Sčítavanie fuzzy čísel pomocou T-norm

- Ak T je Archimedovska T-norma s aditívnym generátorom f a $\tilde{a}_i = (a_i, b_i, \alpha, \beta)_{LR}$, $i = 1, \dots, n$ sú LR fuzzy čísla, tak potom ich T-suma $\tilde{A}_n = \tilde{a}_1 + \cdots + \tilde{a}_n$ je:

$$\tilde{A}_n(z) = \begin{cases} 1 & \text{if } A_n \leq z \leq B_n, \\ f^{[-1]}\left(n \cdot f\left(L\left(\frac{A_n - z}{n\alpha}\right)\right)\right) & \text{if } A_n - n\alpha \leq z \leq A_n, \\ f^{[-1]}\left(n \cdot f\left(R\left(\frac{z - B_n}{n\beta}\right)\right)\right) & \text{if } B_n \leq z \leq B_n + n\beta, \\ 0 & \text{inak.} \end{cases}$$

- Kde $A_n = a_1 + \cdots + a_n$ a $B_n = b_1 + \cdots + b_n$.

Ďakujeme za pozornosť