Fuzzy implikace

Dámsky toalet

Základní informace

- Fuzzy implikace je monotóním rozšířením klasické implikace
- Zobrazení $I : [0, 1]^2 \longrightarrow [0, 1]$ se nazývá implikátor, pokud
  - I je nerostoucí ve svojí první souřadnici,
  - I je neklesající ve svojí druhé souřadnici,
  - $I(1, 0) = 0$, $I(0, 0) = I(0, 1) = I(1, 1) = 1$.

Modelování fuzzy implikace

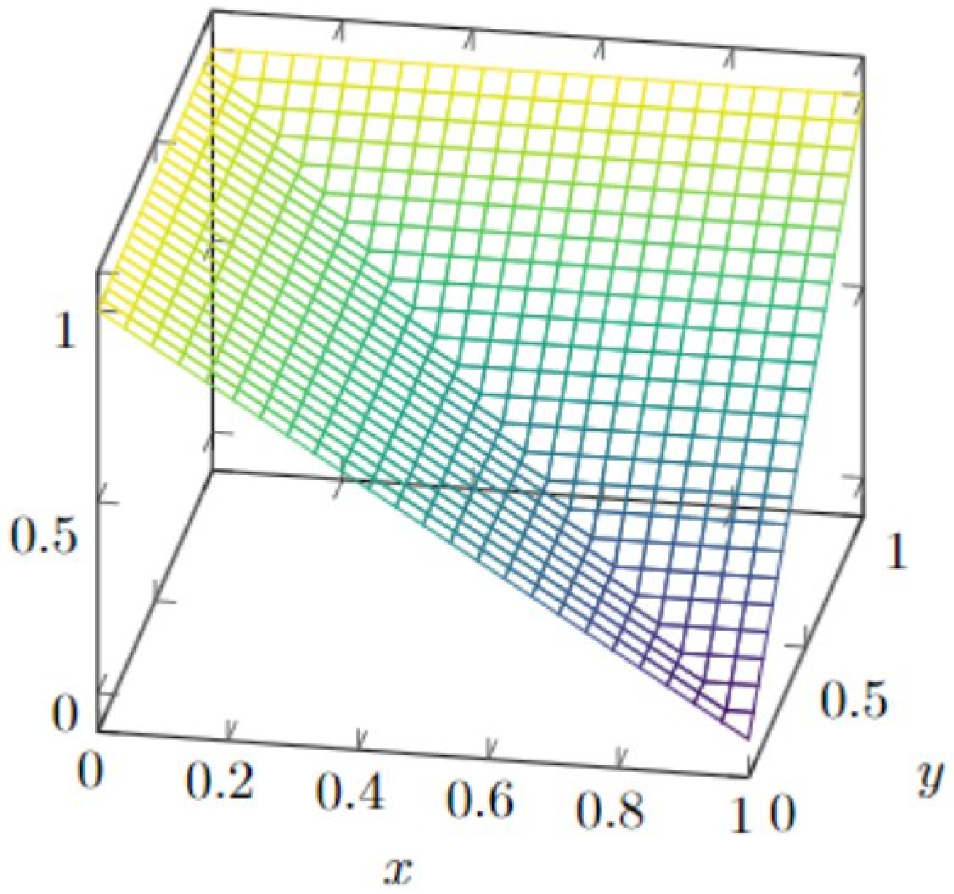
- Využití fuzzy konjunkce, fuzzy disjunkce a fuzzy negace
  - (S,N)-implikátory
  - Q-implikátory
- R-implikátor
- Vlastnosti (dal bych na konec)
- f, g, h-generované implikátory.

(S, N)-implikátory

- Modelování implikátoru na základě ekvivalence
  - $p \longrightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$
- $I(x, y) = S(N(x), y)$

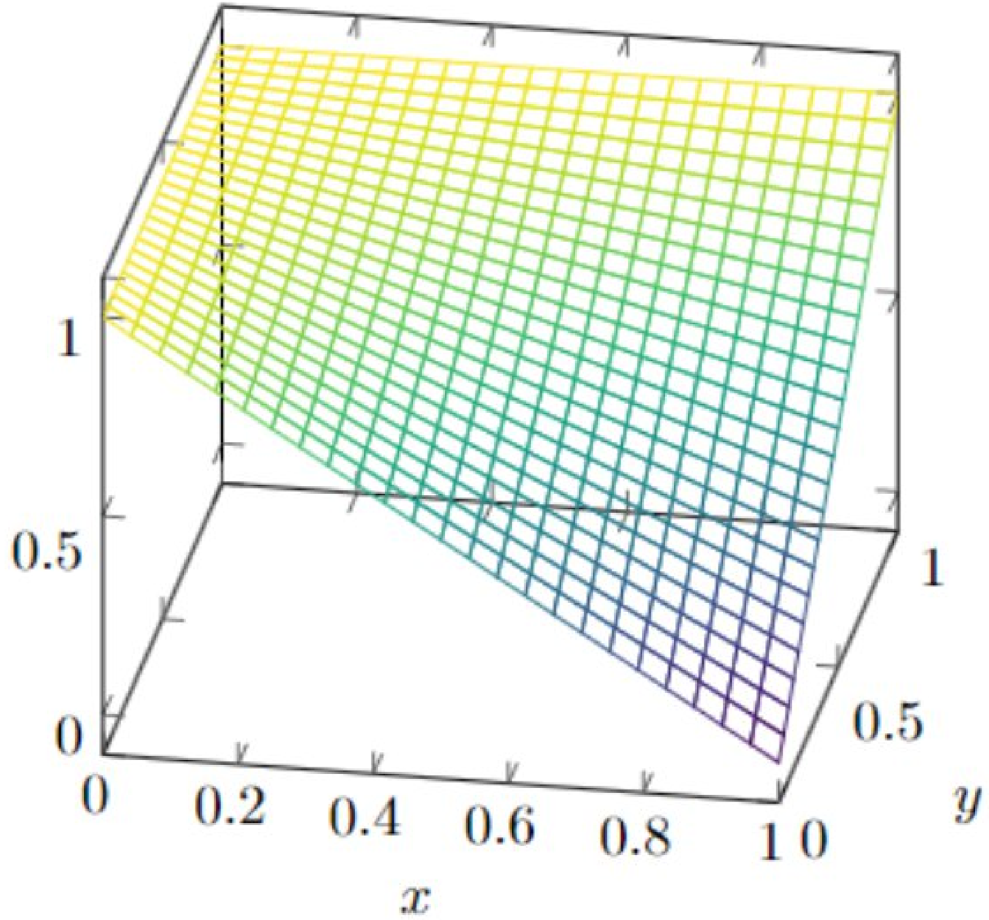
Maximová t-konorma

- $I_{S_M}(x, y) = \max(1 - x, y)$



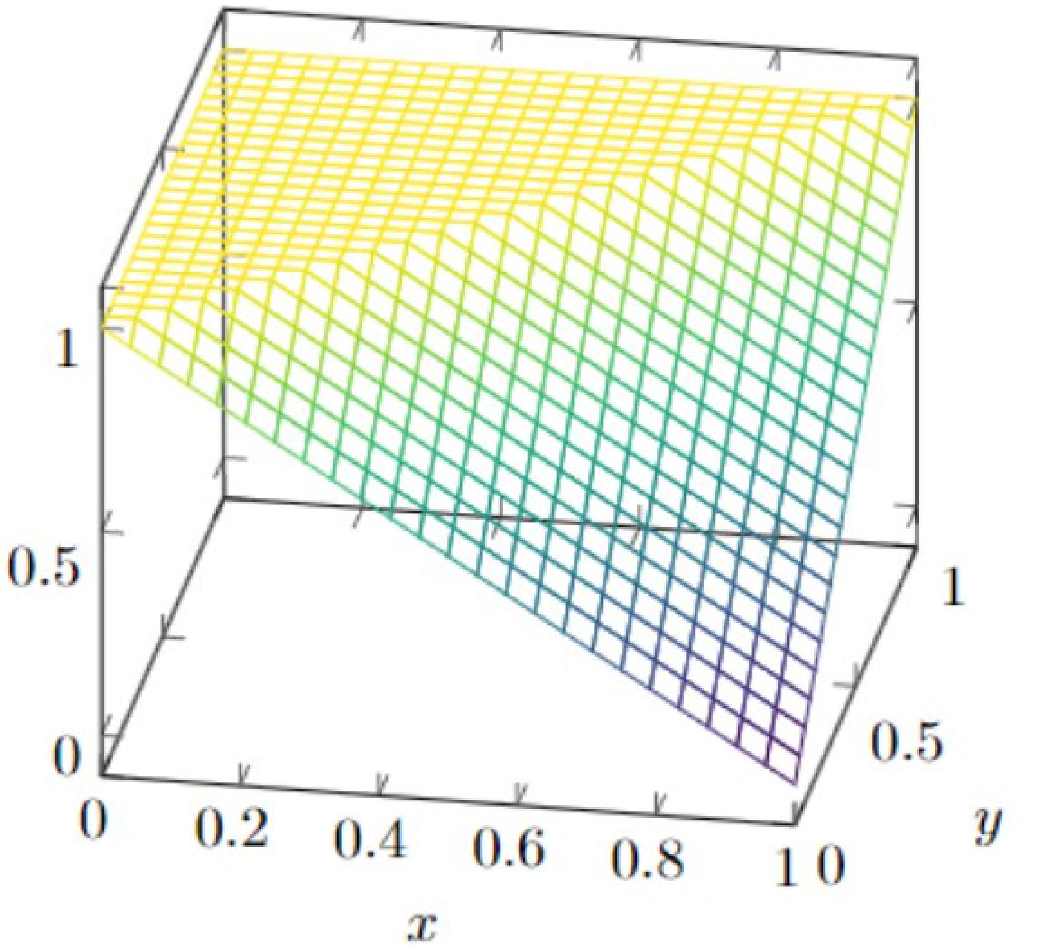
Pravděpodobnostní součet

- $I_{S_P}(x, y) = 1 - x + x.y,$



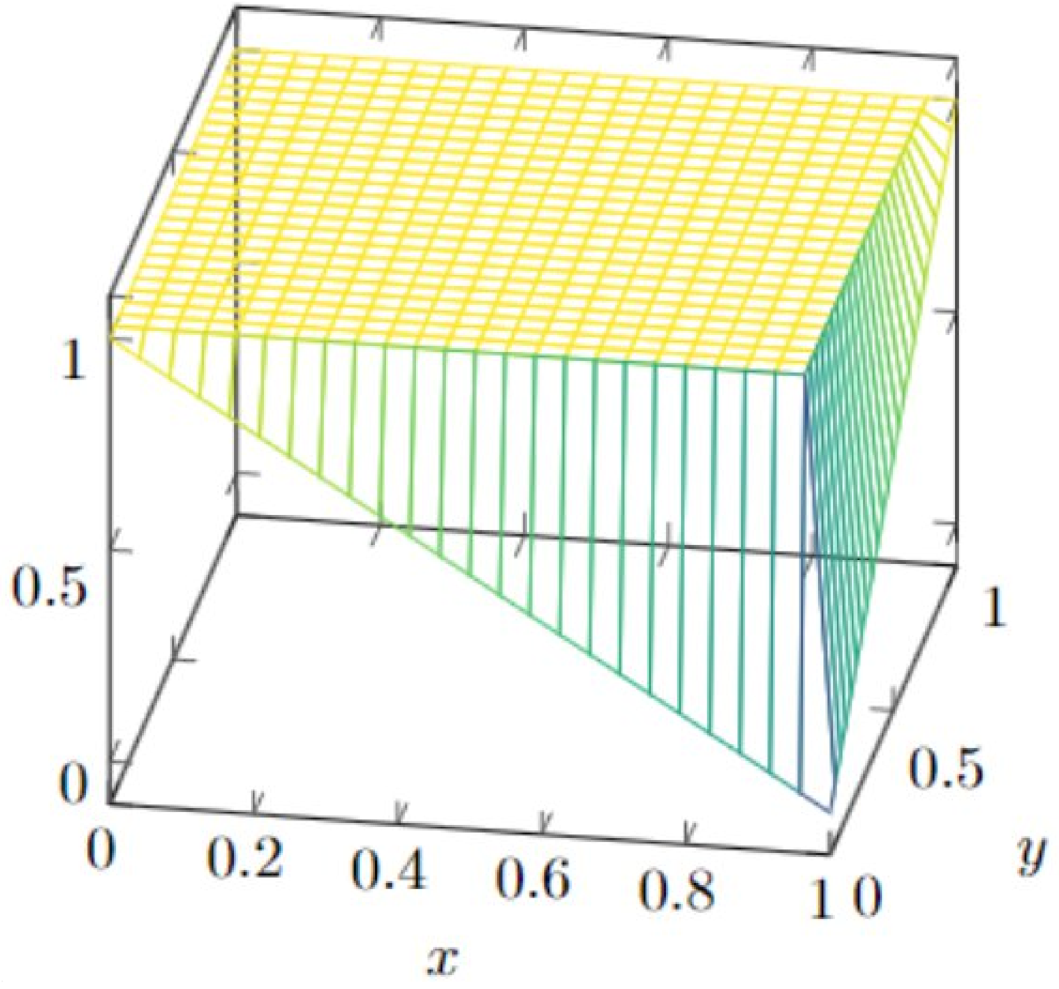
Łukasiewicz

- $I_{S_L}(x, y) = \min(1 - x + y, 1)$



Drastický součet

- $I_{S^D}(x, y)$
  - $1 - x$, pokud y=0
  - y, pokud x=1
  - 1, jinak

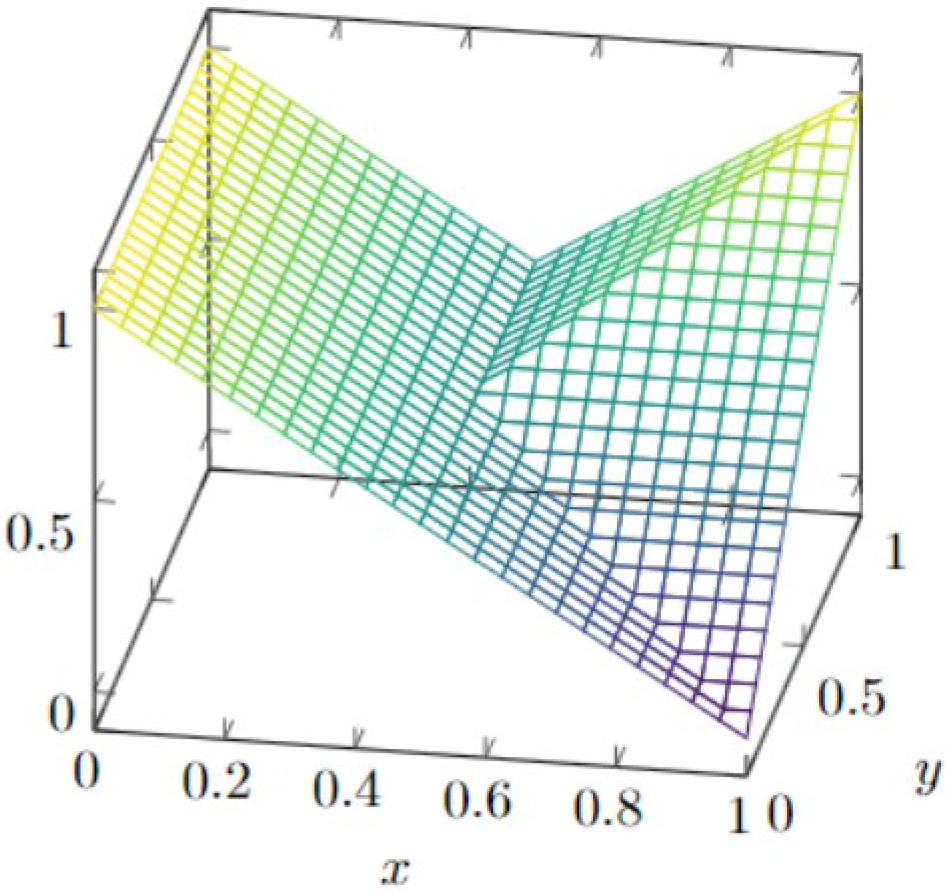


Q-implikátory

- Modelování implikátoru na základě ekvivalence
  - $p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee (p \wedge q)$
- $I(x, y) = S(N(x), T(x, y))$

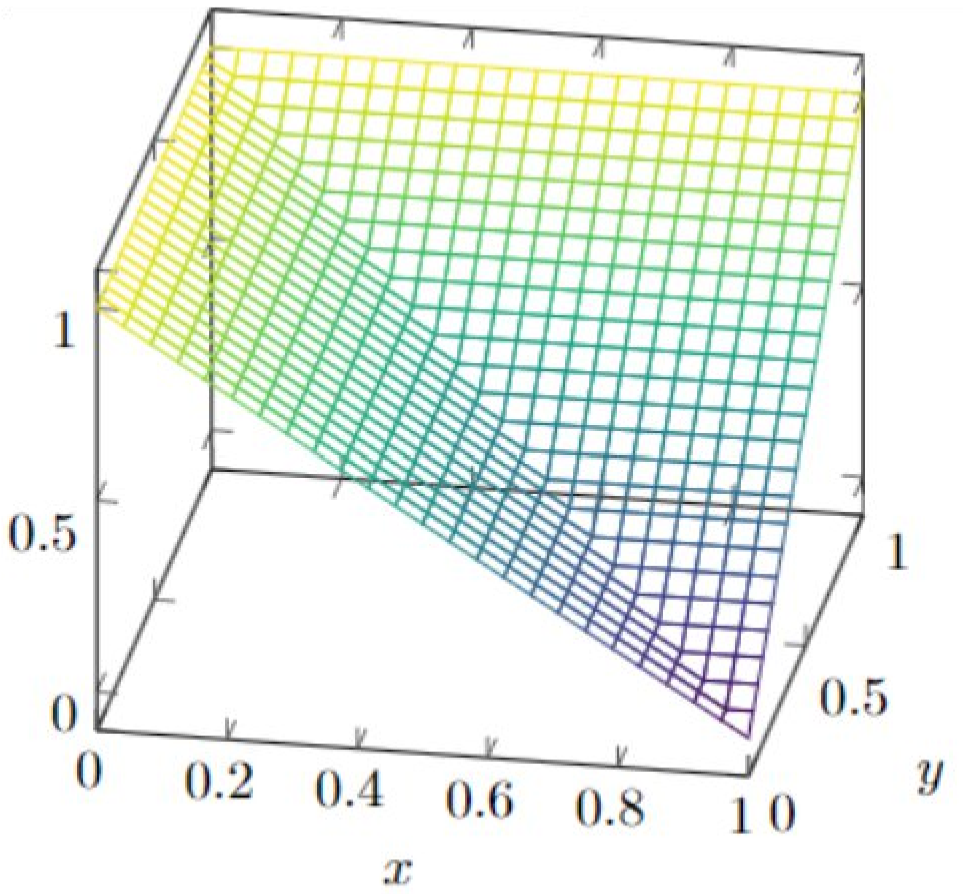
Zadehův implikátor

- $I_Z(x, y) = \max(1 - x, \min(x, y))$



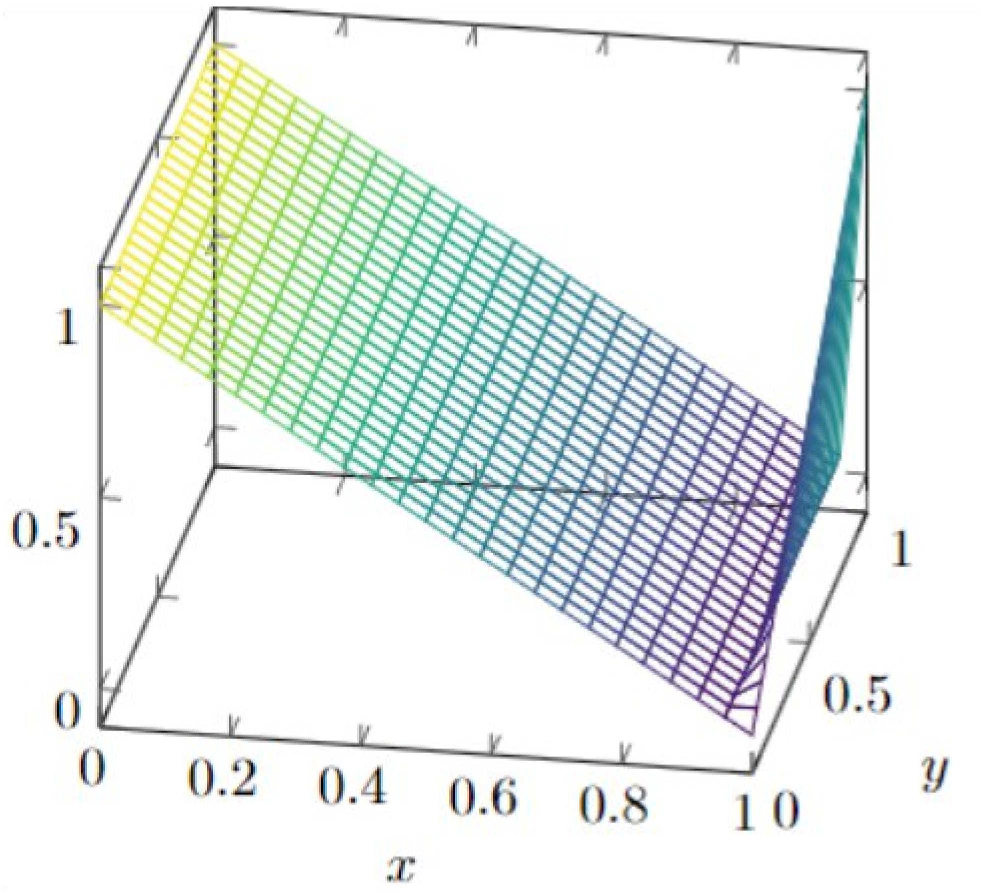
Łukasiewicz

- $I_L(x, y) = \max(1 - x, y)$



Drastický součin s drastickým součtem

- $I_D(x, y)$
  - y, pokud $x = 1$
  - $1 - x$, $jina$k

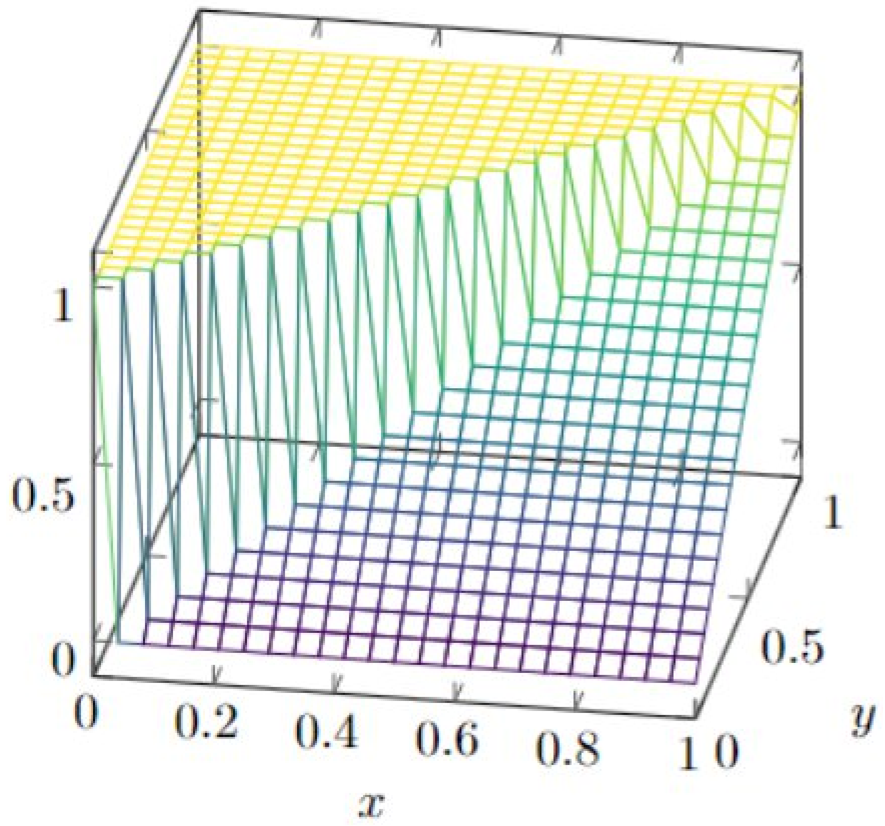


R-Implikátor

- Reziduální operátor pro danou zleva-spojitou t-normu
- $R_T(x, y) = \sup(z \in [0, 1]; T(x, z) \leq y)$

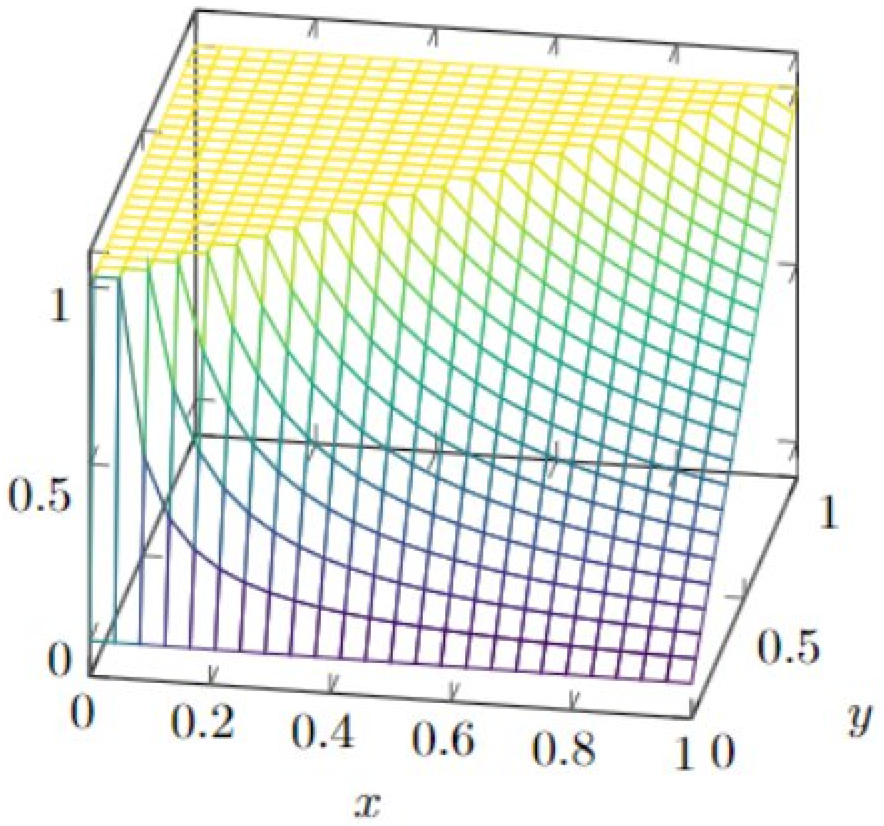
Göddelův implikátor

- $R_{T_M}(x, y) =$
  - 1, pokud $x \leq y$
  - y, jinak



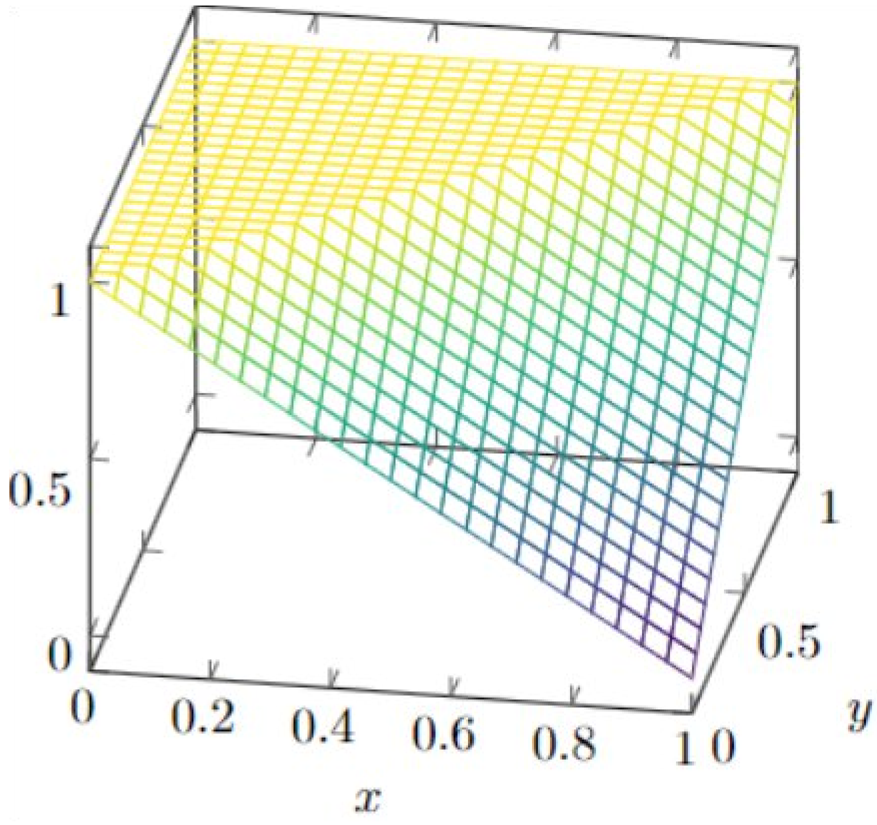
Goguenův implikátor

- $R_{T_P}(x, y) = \min\left(\frac{y}{x}, 1\right)$



Lukasiewiczův implikátor

- $R_{T_L}(x, y)$ = min(1 − x + y, 1).



Vlastnosti fuzzy implikátorů

- (NP) levý princip neutrality, pokud
  - $I(1, y) = y$; $y \in [0, 1]$,
- (EP) princip záměny, pokud
  - $I(x, I(y, z)) = I(y, I(x, z))$ pro každé $x, y, z \in [0, 1]$,
- (IP) princip identity, pokud
  - $I(x, x) = 1$; $x \in [0, 1]$,
- (OP) vlastnost uspořádání
  - $x \leq y \Leftrightarrow I(x, y) = 1$; $x, y \in [0, 1]$,
- (CP) kontrapozitivitu vzhledem na daný negátor N, pokud
  - $I(x, y) = I(N(y), N(x))$; $x, y \in [0, 1]$,
- (LI) zákon přenosu vzhledem na t-normu T, pokud
  - $I(T(x, y), z) = I(x, I(y, z))$; $x, y, z \in [0, 1]$,
- (WLI) slabý zákon přenosu vzhledem na komutativní a rostoucí funkci $F : [0, 1]^2 \to [0, 1]$, pokud
  - $I(F(x, y), z) = I(x, I(y, z))$; $x, y, z \in [0, 1]$.

F-generované implikátory

- Pokud je f : [0, 1] $\rightarrow$ [0, ∞] klesající a spojitá funkce, přičemž $f(1) = 0$, potom je funkce I : $[0, 1]^2$ $\rightarrow$ [0, 1], dána předpisem
  - $\mathrm{I}(\mathrm{x},\mathrm{y}) = f^{-1}(x * f(y)) \quad x,y \in [0,1]$
    - (pričemž 0 · ∞ = 0).

Frankova třída aditivních F-generátorů

- $f^s(x) = -\ln\left(\frac{s^x - 1}{s - 1}\right)$
- $(f^s)^{-1} = \log_s(1 + (s-1)e^x)$
- $I_{f^s}(x,y) = \log_s(1 + (s-1)^{1-x}(s^y - 1)^x$
- $s > 0, s \neq 1$

Yagerova třída aditivních F-generátorů

- $\mathrm{f}^{\lambda}(\mathrm{x}) = (1 - \mathrm{x})^{\lambda}$
- $\left(f^{\lambda}\right)^{-1}(\mathrm{x}) = 1 - \mathrm{x}^{\frac{1}{\lambda}}$
- $(\mathrm{I}_{\mathrm{f}^{\lambda}})^{-1}(\mathrm{x,y}) = 1 - x^{\frac{1}{\lambda}}(1 - y)$
- $\lambda \in (0,\infty)$

G-generované implikátory

- Pokud je g : [0, 1] $\to$ [0, ∞] rosoucí a spojitá funkce, přičemž $g(0) = 0$, potom je funkce I : $[0, 1]^2 \to [0, 1]$, dána předpisem
  - $I(x, y) = g^{(-1)}(\frac{1}{x} g(y)), \quad x, y \in [0,1]$
    - (pričemž $\frac{1}{0} = \infty$, $0 \cdot \infty = 0$).
  - $I(x, y) = g^{-1}(\min(\frac{1}{x} g(y), g(1)))$

Frankova třída aditivních G-generátorů

- $g^{s}(x) = -\ln\left(\frac{s^{1-x}-1}{s-1}\right)$
- $\left(g^{s}\right)^{-1}(x) = 1 - \log_{s}(1 + (s-1)e^{-s})$
- $I_{g^{s}}(x,y) = 1 - log_{s}(1 + (s-1)^{\frac{x-1}{x}}\left(s^{1-y} - 1\right)^{\frac{1}{x}})$
- $s > 0, s \neq 1$

Yagerova třída aditivních G-generátorů

- $g^{\lambda}(x) = x^{\lambda}$
- $(g^{\lambda})^{(-1)}(x) = \min(1, x^{\frac{1}{\lambda}})$
- $I_{g^{\lambda}}(x,y) = \min(1, \frac{y}{x^{1/\lambda}})$
- $\lambda \in (0,\infty)$

H-generované implikátory

- Pokud je $h : [0, 1] \to [0, \infty]$ klesající a spojitá funkce, přičemž $h(1) = 0$, potom je funkce $I : [0, 1]^2 \to [0, 1]$, dána předpisem
  - $\mathrm{I}(\mathrm{x},\mathrm{y}) = h^{(-1)}(x \cdot h(y)) \quad x,y \in [0,1]$

Zdroje

- VERONIKA JIRMUSOVÁ: FUZZY IMPLIKACE
  - https://www.vut.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=265678
- Michał Baczynski and Balasubramaniam Jayaram:

Fuzzy Implications