

jméno a příjmení	login	cvičící Fuchs / Hliněná / Tůma
------------------	-------	-----------------------------------

IDM, 30. 1. 2024

T	1	2	3	4	5	6	Σ
---	---	---	---	---	---	---	----------

Zkouška se skládá ze dvou částí, testu za **20 bodů** a písemky za **60 bodů**. Z testu musíte získat **aspoň 15 bodů**, v opačném případě písemka nebude hodnocena a celá zkouška bude hodnocena 0 body.

TEST

Každá otázka je za 2 body. Odpovědi napište na tento list do vymezeného prostoru pod otázkou.

1. Znegujte: $\forall a, b \in \mathbb{R}: a = b \Rightarrow (a \leq b \wedge a \geq b)$.

Odpověď:

2. Na množině $M = \{a, b, c\}$ udejte příklad neprázdné relace, která není symetrická ani antisymetrická.

Odpověď:

3. $A = \{\{1, 2\}\}, B = \{1\}, C = \{\{2\}\}$. Určete $A \setminus (B \times C)$.

Odpověď:

4. $A = \langle 0, 3 \rangle, B = \langle 1, 4 \rangle$. Určete $A \setminus B$.

Odpověď:

5. Funkce $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je dána předpisem $f(x) = |2 + x|$. Určete $f^{-1}(\{0\})$.

Odpověď:

6. $R = \{\{1, 2\}, [1, 3]\}$. Je relace R zobrazení?

Odpověď:

7. $R = \{\{1, 2\}, [2, 3], [3, 3]\}$. Určete $R \circ R$.

Odpověď:

8. Existuje na množině $\{a, b, c, d, e\}$ Booleův svaz?

Odpověď:

9. Na množině $M = \{a, b\}$ je dána operace \star tabulkou:

\star	a	b
a	a	b
b	b	a

Je (M, \star) grupa?

Odpověď:

10. Existuje graf s posloupností stupňů 1, 1, 1, 1, 2? Odpověď stručně zdůvodněte.

Odpověď:

PÍSEMKA

Každý příklad je za 10 bodů. Písemku vypracujte na vlastní papíry. U každého příkladu přehledně napište postup řešení a jasně označte výsledek.

1. Nechť $M = \{1, 3, 6, 9, 12\}$. Najděte všechny dvojice množin X, Y , pro které platí:

$$X \cup Y = M \wedge X \setminus Y = X \wedge \forall x \in X \exists y \in Y: x|y.$$

2. Dokažte, že pro všechna přirozená čísla n platí:

$$3 + 5 + 7 + 9 + \dots + (4n + 3) = (2n + 1)(2n + 3).$$

3. Je zadána relace $R = \{[m, n] \in \mathbb{Z}^2: 3|(mn)\}$. Zjistěte, zda relace R na množině \mathbb{Z} je a) reflexivní, b) ireflexivní, c) symetrická, d) antisymetrická, e) tranzitivní. Svoje tvrzení zdůvodněte.

4. Na množině $M = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ je dána operace $a \circ b = \max\{a, b\}$.

- Vypište všechny podgrupoidy grupoidu (M, \circ) .
- Je (M, \circ) pologrupa?
- Je (M, \circ) monoid?

5. Na množině $M = \{1, 2, 3, \dots, 2024\}$ je dána relace \sim následovně:

$$a \sim b \iff \text{čísla } a, b \text{ mají v dekadickém zápisu stejný počet jedniček.}$$

Dokažte, že relace \sim je ekvivalence na množině M . Určete M/\sim .

6. Na množině $A = \{1, 2, 4, 6, 10, 12, 30, 60\}$ je dána relace \sim následovně: $a \sim b \iff a|b$.

- Dokažte, že relace \sim je uspořádání na množině A . Nakreslete hasseovský diagram.
- Dokažte, že (A, \sim) je svazově uspořádaná množina. Určete operace infima a suprema.
- Zjistěte, zda je tento svaz distributivní, modulární a komplementární.