

jméno a příjmení	login	cvičící Fuchs / Hliněná / Tůma
------------------	-------	-----------------------------------

**IDM, 15. 1. 2024**

T	1	2	3	4	5	6	$\Sigma$
---	---	---	---	---	---	---	----------

Zkouška se skládá ze dvou částí, testu za **20 bodů** a písemky za **60 bodů**. Z testu musíte získat **aspoň 15 bodů**, v opačném případě písemka nebude hodnocena a celá zkouška bude hodnocena 0 body.

## TEST

Každá otázka je za 2 body. Odpovědi napište na tento list do vymezeného prostoru pod otázkou.

1. Znegujte následující tvrzení: Jestliže je relace diagonální, pak je symetrická i antisymetrická.

Odpověď:

2. Rozhodněte, zda pro množinu  $M = \{1, 2, 3, 4\}$  a relaci  $R = \{[1, 2], [1, 3]\}$  platí formule

$$\forall a, b, c \in M: ([b, a] \in R \wedge [c, a] \in R) \Rightarrow b = c.$$

Odpověď:

3. Nechť  $s_n = 1 + 3 + 5 + \dots + (4n - 1)$ . Určete  $s_{n+1}$ .

Odpověď:

4.  $A = \{\{a\}\}$ ,  $B = \{a\}$ . Určete  $\mathcal{P}(A \cup B)$ .

Odpověď:

5.  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{1, 3, 4, 6\}$ ,  $C = \{2, 3, 4, 6\}$ . Určete  $A \Delta B \Delta C$ .

Odpověď:

6. Funkce  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  je dána předpisem  $f(x) = |2 - x|$ . Určete  $f^{-1}(\{0, 1\})$ .

Odpověď:

7.  $S = \{[a, b], [c, c], [d, b]\}$ . Určete  $S^{-1}$ .

Odpověď:

8. Napište rozklad množiny  $M = \{a, b, c, d, e, f\}$  určený relací ekvivalence

$$R = \{[a, a], [b, b], [c, c], [d, d], [d, e], [d, f], [e, d], [e, e], [e, f], [f, d], [f, e], [f, f]\}.$$

Odpověď:

9. Na množině reálných čísel je dána operace  $\circ$  následovně:  $a \circ b = a + b - 1$ . Je operace  $\circ$  komutativní?

Odpověď:

10. Na množině  $\{a, b, c, d, e, f\}$  nakreslete svaz, který není komplementární.

Odpověď:

# PÍSEMKKA

Každý příklad je za 10 bodů. Písemku vypracujte na vlastní papíry. U každého příkladu přehledně napište postup řešení a jasně označte výsledek.

1. Nechť  $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Najděte všechny dvojice množin  $X, Y$ , pro které platí:

$$X \cup Y = M \wedge X \cap Y = \emptyset \wedge \forall x \in X \exists y \in Y: x - y = 2.$$

2. Dokažte, že pro libovolné dvě množiny  $A, B$  platí:

$$A \setminus (A \setminus B) = A \cap B.$$

3. Je zadána relace  $R = \{[m, n] \in \mathbb{R}^2: m + n \leq 1\}$ . Zjistěte, zda relace  $R$  na množině  $\mathbb{R}$  je a) reflexivní, b) ireflexivní, c) symetrická, d) antisymetrická, e) tranzitivní. Svoje tvrzení zdůvodněte.

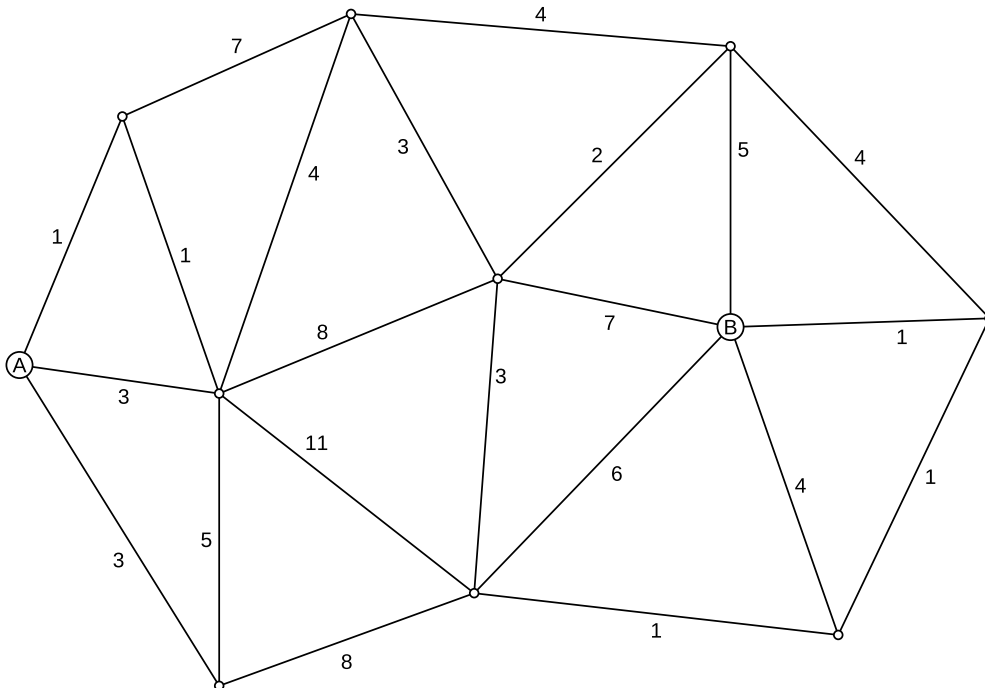
4. Na množině  $A = \{1, 2, 4, 8, 12, 24\}$  je dána relace  $\sim$  následovně:  $a \sim b \Leftrightarrow a|b$ .

- Dokažte, že relace  $\sim$  je uspořádání na množině  $A$ . Nakreslete hasseovský diagram.
- Dokažte, že  $(A, \sim)$  je svazově uspořádaná množina. Určete operace infima a suprema.
- Zjistěte, zda je tento svaz distributivní, modulární a komplementární.

5. Na množině  $M = \{a, b, c, d, e, f\}$  je dán rozklad  $\mathcal{S} = \{\{a, b, c\}, \{d\}, \{e, f\}\}$ .

- Určete relaci ekvivalence  $R$ , která je dána rozkladem  $\mathcal{S}$ .
- Na množině  $M$  určete operaci  $\circ$  tak, aby  $R$  byla kongruence na  $M$  vzhledem k operaci  $\circ$  a aby faktorová algebra byla grupa.

6. a) Najděte nejkratší cestu z vrcholu  $A$  do vrcholu  $B$  v grafu na obrázku. Postup vyznačte do obrázku.



- b) Je možné graf s posloupností stupňů 3, 3, 3, 3, 3, 3 nakreslit rovinně?