jméno a příjmení	login	cvičící
		Fuchs / Hliněná / Tůma

IDM, 15. 1. 2024

T	1	2	3	4	5	6	Σ

*Zkouška se skládá ze dvou částí, testu za **20 bodů** a písemky za **60 bodů**. Z testu musíte získat **aspoň 15 bodů**, v opačném případě písemka nebude hodnocena a celá zkouška bude hodnocena 0 body.*

TEST

Každá otázka je za 2 body. Odpovědi napište na tento list do vymezeného prostoru pod otázkou.

1. Znegujte následující tvrzení: Jestliže je množina nekonečná, pak je spočetná nebo nespočetná.

Odpověď:

2. Rozhodněte, zda pro množinu $M = \{1, 2, 3, 4\}$ a relaci $R = \{[1, 2], [1, 3]\}$ platí formule

$$\forall\, a, b, c \in M\colon \big([a, b] \in R \wedge [a, c] \in R\big) \Rightarrow b = c.$$

Odpověď:

3. Nechť $s_n = 2 + 4 + 6 + \cdots + (4n - 2)$. Určete s_{n+1}.

Odpověď:

4. $A = \{2\}, B = \{\{2\}\}$. Určete $\mathcal{P}(A \cup B)$.

Odpověď:

5. $A = \{1, 3, 4, 5\}, B = \{1, 2, 4, 6\}, C = \{2, 3, 4, 7\}$. Určete $A \triangle B \triangle C$.

Odpověď:

6. Funkce $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ je dána předpisem $f(x) = |1 - x|$. Určete $f^{-1}\big(\{0, 1\}\big)$.

Odpověď:

7. $R = \{[1, 2], [2, 3], [4, 4]\}$. Určete R^{-1}.

Odpověď:

8. Napište rozklad množiny $M = \{a, b, c, d, e, f\}$ určený relací ekvivalence

$$R = \{[a, a], [a, b], [a, c], [b, a], [b, b], [b, c], [c, a], [c, b], [c, c], [d, d], [e, e], [e, f], [f, e], [f, f]\}.$$

Odpověď:

9. Na množině reálných čísel je dána operace $\circ$ následovně: $a \circ b = a - b + 1$. Je operace $\circ$ komutativní?

Odpověď:

10. Na množině $\{a, b, c, d, e, f\}$ nakreslete svaz, který není distributivní.

Odpověď:

PÍSEMKA

Každý příklad je za 10 bodů. Písemku vypracujte na vlastní papíry. U každého příkladu přehledně napište postup řešení a jasně označte výsledek.

1. Nechť $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Najděte všechny dvojice množin X, Y, pro které platí:

$$X \cup Y = M \;\wedge\; X \cap Y = \emptyset \;\wedge\; \forall x \in X\ \exists y \in Y : x + y = 8.$$

2. Dokažte, že pro libovolné dvě množiny A, B platí:

$$A \setminus (A \cap B) = A \setminus B.$$

3. Je zadána relace $R = \big\{[m, n] \in \mathbb{R}^2 : m + n \geq 1\big\}$. Zjistěte, zda relace R na množině $\mathbb{R}$ je a) reflexivní, b) ireflexivní, c) symetrická, d) antisymetrická, e) tranzitivní. Svoje tvrzení zdůvodněte.

4. Na množině $A = \{1, 2, 4, 6, 12, 24\}$ je dána relace $\sim$ následovně: $a \sim b \Leftrightarrow a \,|\, b$.

a) Dokažte, že relace $\sim$ je uspořádání na množině A. Nakreslete hasseovský diagram.

b) Dokažte, že $(A, \sim)$ je svazově uspořádaná množina. Určete operace infima a suprema.

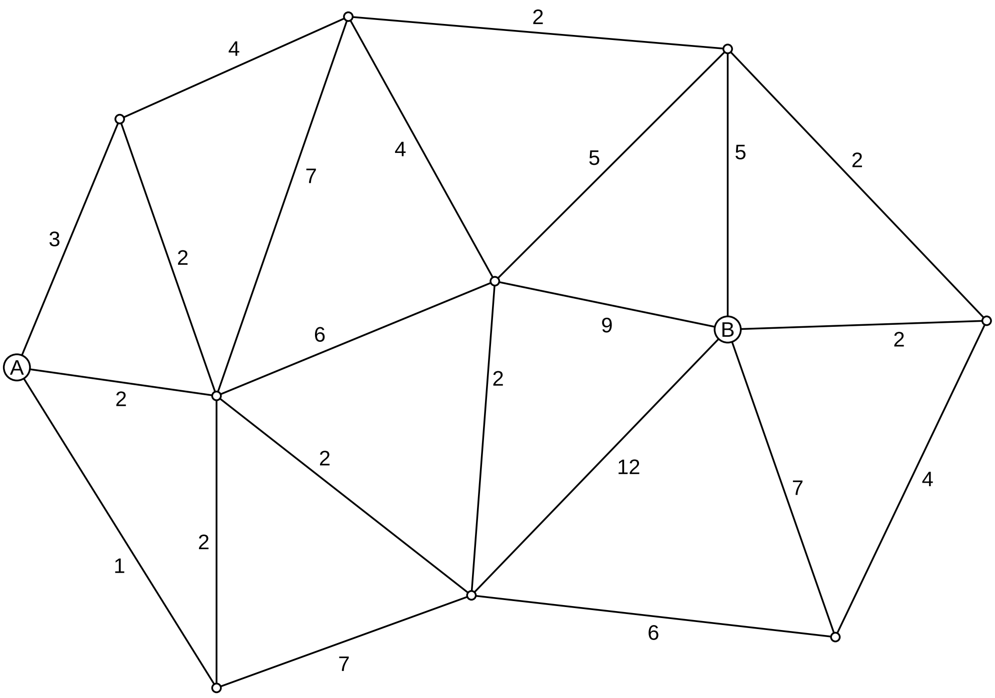
c) Zjistěte, zda je tento svaz distributivní, modulární a komplementární.

5. Na množině $M = \{a, b, c, d, e, f\}$ je dán rozklad $\mathcal{S} = \{\{a, b\}, \{c, d\}, \{e, f\}\}$.

a) Určete relaci ekvivalence R, která je dána rozkladem $\mathcal{S}$.

b) Na množině M určete operaci $\circ$ tak, aby R byla kongruence na M vzhledem k operaci $\circ$ a aby faktorová algebra byla grupa.

6. a) Najděte nejkratší cestu z vrcholu A do vrcholu B v grafu na obrázku. Postup vyznačte do obrázku.



b) Je možné graf s posloupností stupňů $3, 3, 4, 4, 4, 4$ nakreslit rovinně?