| jméno a příjmení | login | cvičící<br>Fuchs / Hliněná / Tůma |
|---|---|---|
| | | |

# IDM, 3. 1. 2024

| T | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Σ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

*Zkouška se skládá ze dvou částí, testu za* **20 bodů** *a písemky za* **60 bodů***. Z testu musíte získat* **aspoň 15 bodů***, v opačném případě písemka nebude hodnocena a celá zkouška bude hodnocena 0 body.*

## TEST

*Každá otázka je za 2 body. Odpovědi napište na tento list do vymezeného prostoru pod otázkou.*

**1.** Znegujte následující tvrzení: Nejvýše tři relace nejsou tranzitivní.

*Odpověď:*

**2.** Rozhodněte, zda pro množinu $M = \{1, 2, 3, 4\}$ a relaci $R = \{[1, 2], [2, 3], [3, 1]\}$ platí formule

$$\forall a, b \in M\colon \big([a, b] \in R \wedge [b, a] \in R\big) \Rightarrow [b, b] \in R.$$

*Odpověď:*

**3.** Najděte alespoň jednu dvojici přirozených čísel $m, n$, pro kterou platí: $m < n \Rightarrow m - 3 = n$.

*Odpověď:*

**4.** Rozhodněte, zda platí: $\forall A, B\colon 2 \in A \Rightarrow 2 \in A \cap B$.

*Odpověď:*

**5.** Uveďte příklad množin $A, B$, pro které platí $\{\emptyset\} \in A \setminus B$.

*Odpověď:*

**6.** $A = \{2\}, B = \{1, \{2\}\}$. Určete $A \triangle B$.

*Odpověď:*

**7.** $S = \{[a, b], [b, c], [d, d]\}$. Určete $S^{-1} \circ S$.

*Odpověď:*

**8.** $R = \{[a, a], [a, b], [b, a], [b, c], [c, b][c, c]\}$. Je $R$ tranzitivní relace na množině $M = \{a, b, c, d\}$?

*Odpověď:*

**9.** Na množině $M = \{a, b, c\}$ určete operaci $\circ$ tak, aby grupoid $(M, \circ)$ měl právě dva podgrupoidy.

*Odpověď:*

**10.** Nakreslete svaz na množině $\{a, b, c, d, e\}$, který je distributivní a není komplementární.

*Odpověď:*

# PÍSEMKA

*Každý příklad je za 10 bodů. Písemku vypracujte na vlastní papíry. U každého příkladu přehledně napište postup řešení a jasně označte výsledek.*

**1.** Nechť $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Najděte všechny dvojice množin $X, Y$, pro které platí:

$$X \cup Y = M \ \wedge\ (M \setminus X) \cap Y = \{1, 2, 3\} \ \wedge\ |X \setminus Y| = 2.$$

**2.** Dokažte, že pro všechna přirozená čísla $n$ platí:

$$2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + (4n + 2) = 2\,(n + 1)\,(2n + 1)\,.$$

**3.** Je zadána relace $R = \big\{[m, n] \in \mathbb{Z}^2 \colon 2|(mn)\big\}$. Zjistěte, zda relace $R$ na množině $\mathbb{Z}$ je a) reflexivní, b) ireflexivní, c) symetrická, d) antisymetrická, e) tranzitivní. Svoje tvrzení zdůvodněte.

**4.** Nechť

$$A = \{m \in \mathbb{N} \colon 1 \leq m \leq 6\},\ B = \{m \in \mathbb{N} \colon 4 \leq m < 11\},$$
$$R = \{[m, n] \in A \times B \colon 5|(m + n)\},\ S = \{[m, n] \in B \times A \colon m + n = 12\}.$$

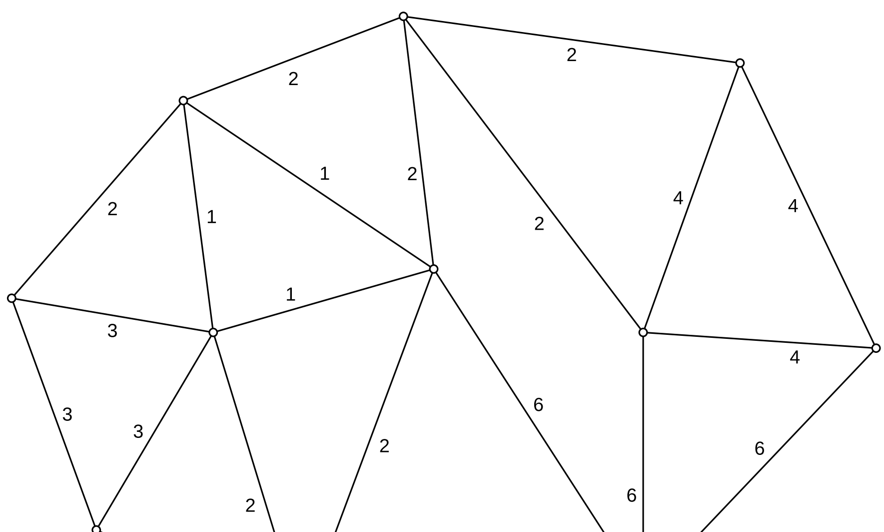
Určete vyjmenováním prvků relaci a) $R$, b) $S$, c) $R \circ S$, d) $S \circ R$.

**5.** Na množině $M = \{a, b, c, d\}$ je dána operace $\circ$ tabulkou:

| $\circ$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |
|---|---|---|---|---|
| $a$ | $a$ | $a$ | $a$ | $d$ |
| $b$ | $b$ | $b$ | $b$ | $d$ |
| $c$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |
| $d$ | $d$ | $d$ | $d$ | $d$ |

**a)** Vypište všechny podgrupoidy grupoidu $(M, \circ)$.
**b)** Je $(M, \circ)$ pologrupa?
**c)** Je $(M, \circ)$ grupa?

**6.** **a)** Najděte minimální kostru grafu na obrázku. Postup vyznačte do obrázku.




**b)** Určete přirozená čísla $a, b, c$ tak, aby množina $\{a, b, c, 2, 3, 4\}$ uspořádaná relací dělitelnosti byl komplementární svaz. Nakreslete hasseovský diagram tohoto svazu.