jméno a příjmení	login	cvičící
		Fuchs / Hliněná / Tůma

IDM, 3. 1. 2024

T	1	2	3	4	5	6	Σ

Zkouška se skládá ze dvou částí, testu za **20 bodů** *a písemky za* **60 bodů**. *Z testu musíte získat* **aspoň 15 bodů**, *v opačném případě písemka nebude hodnocena a celá zkouška bude hodnocena 0 body.*

TEST

Každá otázka je za 2 body. Odpovědi napište na tento list do vymezeného prostoru pod otázkou.

1. Znegujte následující tvrzení: Alespoň dvě relace nejsou reflexivní.

Odpověď:

2. Rozhodněte, zda pro množinu $M = \{1, 2, 3, 4\}$ a relaci $R = \{[1, 2], [2, 3], [3, 1]\}$ platí formule

$$\forall a, b, c \in M\colon \big([a, b] \in R \wedge [b, c] \in R\big) \Rightarrow [c, a] \in R.$$

Odpověď:

3. Najděte alespoň jednu dvojici přirozených čísel m, n, pro kterou platí: $m = n \Rightarrow m - 3 = n - 2$.

Odpověď:

4. Rozhodněte, zda platí: $\forall A, B\colon 1 \in A \cup B \Rightarrow 1 \in A$.

Odpověď:

5. Uveďte příklad množin A, B, pro které platí $\{\emptyset\} \subseteq A \setminus B$.

Odpověď:

6. $A = \{2\}, B = \{1, [2, 1]\}$. Určete $A \times B$.

Odpověď:

7. $R = \{[1, 2], [2, 3], [4, 4]\}$. Určete $R \circ R^{-1}$.

Odpověď:

8. $R = \{[a, a], [a, b], [b, a], [b, b], [c, c]\}$. Je R relace ekvivalence na množině $M = \{a, b, c, d\}$?

Odpověď:

9. Na množině $M = \{a, b, c\}$ určete operaci $\circ$ tak, aby grupoid $(M, \circ)$ měl právě jeden podgrupoid.

Odpověď:

10. Existuje Booleova algebra na množině $\{a, b, c, d, e, f\}$?

Odpověď:

PÍSEMKA

Každý příklad je za 10 bodů. Písemku vypracujte na vlastní papíry. U každého příkladu přehledně napište postup řešení a jasně označte výsledek.

1. Nechť $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Najděte všechny dvojice množin X, Y, pro které platí:

$$X \cup Y = M \ \wedge \ X \cap (M \setminus Y) = \{1, 2\} \ \wedge \ |X \cap Y| = 2.$$

2. Dokažte, že pro všechna přirozená čísla n platí:

$$1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + (4n + 3) = 4\,(n + 1)^2\,.$$

3. Je zadána relace $R = \left\{[m, n] \in \mathbb{Z}^2 \colon 2|(m + n)\right\}$. Zjistěte, zda relace R na množině $\mathbb{Z}$ je a) reflexivní, b) ireflexivní, c) symetrická, d) antisymetrická, e) tranzitivní. Svoje tvrzení zdůvodněte.

4. Nechť

$$A = \{m \in \mathbb{N} \colon 2 \le m \le 8\},\ B = \{m \in \mathbb{N} \colon 3 < m \le 12\},$$
$$R = \{[m, n] \in A \times B \colon m|n\},\ S = \{[m, n] \in B \times A \colon m = n - 2\}.$$

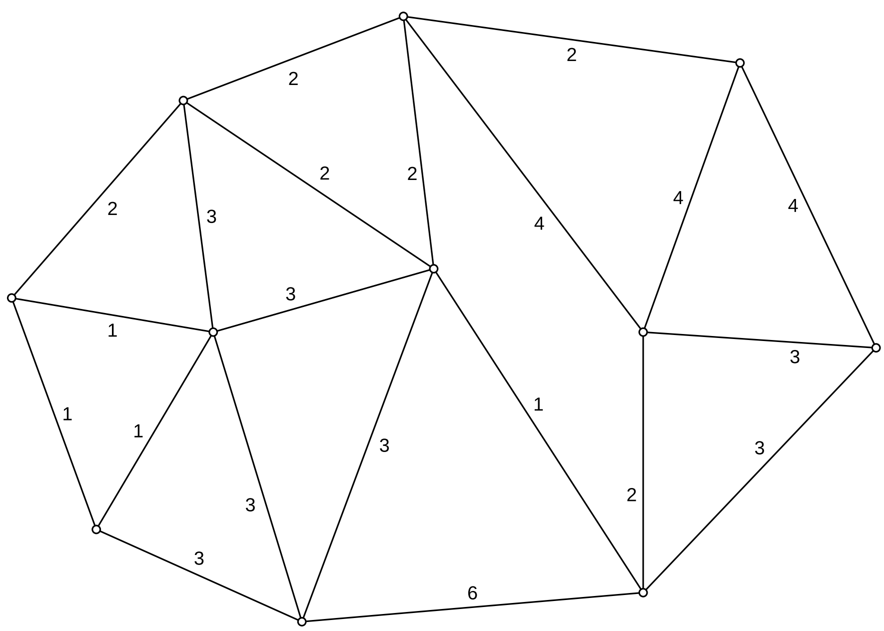
Určete vyjmenováním prvků relaci a) R, b) S, c) $R \circ S$, d) $S \circ R$.

5. Na množině $M = \{a, b, c, d\}$ je dána operace $\circ$ tabulkou:

$\circ$	a	b	c	d
a	c	c	a	a
b	c	c	b	a
c	a	b	c	d
d	a	a	d	c

a) Vypište všechny podgrupoidy grupoidu $(M, \circ)$.
b) Je $(M, \circ)$ pologrupa?
c) Je $(M, \circ)$ grupa?

6. **a)** Najděte minimální kostru grafu na obrázku. Postup vyznačte do obrázku.



b) Určete přirozená čísla a, b, c tak, aby množina $\{a, b, c, 2, 3, 4\}$ uspořádaná relací dělitelnosti byl distributivní svaz. Nakreslete hasseovský diagram tohoto svazu.