

Cvičení 11 a 12

Příklad 1

Vypočítejte:

$$\text{a) } \int_{-3}^1 |x| dx \quad \text{b) } \int_0^1 \operatorname{arctg}(x) dx \quad \text{c) } \int_1^e \frac{1+\ln(x)}{x} dx \quad \text{d) } \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin(x)}{\sqrt{\cos^3(x)}} dx \quad \text{e) } \int_1^2 (\operatorname{arctg}(2x) + \pi) dx$$

Příklad 2

Určete obsah oblasti pod grafem funkce

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{6}, & 0 \leq x \leq 3, \\ 2 - \frac{x}{2}, & 3 < x \leq 4. \end{cases}$$

Příklad 3

Určete obsah obrazce ohraničeného křivkami:

$$\text{a) } f(x) = \sin(x), g(x) = \frac{1}{2}, x \in \langle 0; \pi \rangle$$

$$\text{b) } f(x) = x^2 - 2, g(x) = 6 - x^2$$

$$\text{c) } y = 1, y - x - 1 = 0, xy = 2$$

$$\text{d) } y = \sin(2x) + 1, y = 1, x \in \langle 0; 2\pi \rangle$$

Příklad 4

Najděte objem tělesa, které vznikne rotací oblasti vymezené křivkami $y = x^2$ a $y^2 = x$ kolem osy x .

Příklad 5

Přímka p prochází počátkem. Určete její rovnici, jestliže víte, že obsah mezi ní a parabolou $y = x^2 - 2x$ je $\frac{32}{3}$.

Příklad 6

Řešte nevlastní integrál:

$$\text{a) } \int_2^{\infty} \frac{1}{x^2} dx \quad \text{b) } \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2+2x+2} dx \quad \text{c) } \int_1^5 \frac{1}{\sqrt[3]{x-2}} dx \quad \text{d) } \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{(x+1)^2} - \frac{2}{x+1} - \frac{2}{x+3} + \frac{4x}{x^2+1} \right) dx$$

Příklad 7

Určete hodnotu integrálu

$$I = \int_{-1}^1 e^x dx$$

- a) přesně
- b) užitím lichoběžníkové formule
- c) užitím Simpsonovy formule
- d) užitím složené lichoběžníkové formule (interval rozdělte na 4 části)
- e) užitím složené Simpsonovy formule (interval rozdělte na 4 části)

Příklad 8

Integrál

$$I = \int_2^3 \sin \sqrt{x} dx$$

vypočtete přibližně

- a) užitím složené lichoběžníkové formule s dělením na 8 dílků
- b) užitím složené Simpsonovy formule s dělením na 4 dílky