

Cvičení 6 a 7

Příklad 1

Pro funkci

$$f(x) = x + \frac{x}{x^2 - 1}$$

určete:

- intervaly monotonie a lokální extrémů.
- maximum a minimum na intervalu $\langle 1,5; 3 \rangle$.

Příklad 2

Určete intervaly konvexnosti/konkávnosti a inflexní body funkce:

$$f(x) = \ln(1 + x^2)$$

Příklad 3

Načrtněte graf funkce f , pro kterou platí:

$D(f) = \mathbb{R}$, v bodě $x = -1$ má f nespojitost 2. druhu, přičemž je zde spojitá zprava,

$$f(-3) = 2, f(-1) = -2, f(0) = f(2) = 0, \lim_{x \rightarrow -1^+} f'(x) = \infty, f'(0) = 1,$$

$x = -3$ a $x = 2$ jsou inflexní body, přičemž $f'(-3) = 0$ a $f'(2) = -1$, $f'(x) \geq 0$ pro $x \in (-\infty, -1)$,
přímka $y = -2$ je její asymptota pro $x \rightarrow -\infty$, přímka $y = \frac{1}{2}(1 - x)$ je asymptota pro $x \rightarrow \infty$.

Příklad 4

Najděte derivaci funkce a načrtněte graf této derivace:

$$\text{a) } f(x) = |\cos(x)| \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} x & x < 0 \\ \ln(x + 1) & x \geq 0 \end{cases}$$