

Cvičení 4 a 5

Příklad 1

Určete asymptoty grafu funkce:

$$\text{a) } f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{(x+1)^2} \quad \text{b) } g(x) = x + \frac{2x}{x^2 - 1} \quad \text{c) } h(x) = \frac{1 - x^2}{x - 2}$$

Příklad 2

Zderivujte:

$$\text{a) } f(x) = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} \quad \text{b) } f(x) = (x^3 + 8)(x - 2) \quad \text{c) } f(x) = \frac{5x^3 - 4x + 2x^2}{3x^4 + 7} \quad \text{d) } f(x) = (x^3 - \sin(x))^4$$

$$\text{e) } f(x) = \cos(5x + 3) \quad \text{f) } f(x) = \sqrt[3]{1 + \sin(2x)} \quad \text{g) } f(x) = \sin^2(3x + 5) \quad \text{h) } f(x) = \ln\left(\frac{5+4x}{3x-2x^2}\right)$$

$$\text{i) } f(x) = \sqrt{\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}} \quad \text{j) } f(x) = \ln(1-x) + e^{-x^2 + \operatorname{tg}(2x)} \quad \text{k) } f(x) = x^{\ln(x)} \quad \text{l) } f(x) = |x|$$

Příklad 3

Najděte rovnici tečny a normály ke grafu funkce f v bodě A , kde

$$\text{a) } f(x) = \frac{3x-4}{2x-3}, A = [2, ?] \quad \text{b) } g(x) = \sqrt[3]{x^3 - 1}, A = [1, ?]$$

Příklad 4

Najděte rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = \ln(x)$, která je rovnoběžná s přímkou $p: 2x - y - 3 = 0$.

Příklad 5

Vypočítejte užitím L'Hospitalova pravidla:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x - 4}{x^2 - x - 2} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x}}{x^3} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right) \quad \text{d) } \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sqrt{x} \ln x) \quad \text{e) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^x$$