

Cvičení 3

Příklad 1

Z grafu funkce určete příslušné limity:

a) $f(x) = e^{-x}$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = ?$, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = ?$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = ?$

b) $f(x) = \frac{1}{x^2}$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = ?$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = ?$, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = ?$

c) $f(x) = \frac{1}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = ?$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = ?$, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = ?$

d) $f(x) = \arctg(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = ?$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = ?$

Příklad 2

Nakreslete graf funkce $f(x)$, pro kterou platí:

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -2$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$, v bodě $x = 0$ je nespojitost 2. druhu

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$, v bodě $x = 1$ je nespojitost 1. druhu

Příklad 3

Vypočítejte:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 + \frac{4}{4n}\right)$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[n]{4} - 16)$ c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{7n+5}{4-2n}\right)$ d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^n$

e) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x^2-1} - \frac{2}{x^4-1}\right)$ f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x}$ g) $\lim_{x \rightarrow -1^-} \arctg\left(\frac{1}{1+x}\right)$ h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^x$

Příklad 4

Určete asymptoty grafu funkce:

a) $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{(x+1)^2}$ b) $g(x) = x + \frac{2x}{x^2-1}$ c) $h(x) = \frac{1-x^2}{x-2}$