

## Cvičení 1 a 2

### Příklad 1

Určete definiční obor funkce:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } f(x) = \sqrt{3x - x^3}, & \text{b) } g(x) = \sqrt{2 + x - x^2}, & \text{c) } h(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-2}}, & \text{d) } f(x) = \ln\left(\frac{2+x}{|x-1|}\right) + \sqrt[3]{x-1} \\ \text{e) } g(x) = \arccos(2x) & \text{f) } h(x) = \arcsin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{g) } f(x) = \frac{1}{\ln|x^2-1|} & \text{h) } g(x) = \sqrt{\frac{x}{\sin(x)}} \end{array}$$

### Příklad 2

Zjistěte, pro která  $x \in \mathbb{R}$  se následující funkce rovnají:

$$\text{a) } f(x) = -1, g(x) = \frac{|x-1|}{x-1} \quad \text{b) } f(x) = \frac{x^2-3x+2}{x-1}, g(x) = x-2$$

### Příklad 3

K daným funkcím najděte funkce inverzní (pokud existují):

$$\text{a) } f(x) = \frac{x-1}{2-3x} \quad \text{b) } g(x) = \sqrt{x} \quad \text{c) } h(x) = \ln(2-3x) \quad \text{d) } p(x) = \frac{1+2^x}{4-2^x} \quad \text{e) } q(x) = \sin(2x)$$

### Příklad 4

Rozhodněte o sudosti (lichosti) funkce:

$$\text{a) } f(x) = \frac{\sin(x)}{x} \quad \text{b) } g(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) \quad \text{c) } h(x) = \frac{|x|}{1-\cos(x)} \quad \text{d) } f(x) = \frac{\cos\left(\frac{1}{x}\right)}{x^3}$$

### Příklad 5

Pro funkci

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{pro } -1 \leq x \leq 1 \\ |x| & \text{jinak} \end{cases}$$

určete  $f((-2; 2))$  a  $f^{-1}\left(\left(\frac{1}{2}; 1\right)\right)$ .

### Příklad 6

Utvořte složené funkce  $(f \circ f)(x)$ ,  $(g \circ g)(x)$ ,  $(f \circ g)(x)$ ,  $(g \circ f)(x)$ , případně rozhodněte, kdy složená funkce neexistuje:

$$\text{a) } f(x) = x^2, g(x) = \sin(x) \quad \text{b) } f(x) = -x^2, g(x) = \sqrt{x} \quad \text{c) } f(x) = \frac{x+1}{x-1}, g(x) = -\sqrt{x}$$

**Příklad 7**

Pro funkci

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{pro } -2 \leq x \leq -1 \\ x & \text{pro } -1 < x < 0 \\ 1 - x & \text{pro } 0 \leq x < 1 \\ -1 & \text{pro } 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

určete  $g(x) = (f \circ f)(x)$ **Příklad 8**

Pro funkci

$$f(x) = \begin{cases} -\sqrt{|x|} & \text{pro } -1 \leq x \leq 1 \\ |x| - 2 & \text{jinak} \end{cases}$$

určete  $g(x) = (f \circ f)(x)$ **Příklad 9**Pro funkce  $\ln(x)$ ,  $\sqrt{x}$ ,  $e^x$ ,  $x^3$  načrtněte  $f(x)$ ,  $f(-x)$ ,  $-f(x)$ ,  $|f(x)|$ ,  $f(|x|)$ ,  $f(x + 1)$ ,  $f(x) + 1$ .**Příklad 10**Pro funkce  $\sin(x)$ ,  $\cos(x)$ ,  $\operatorname{tg}(x)$ ,  $\operatorname{cotg}(x)$  načrtněte  $f(x)$ ,  $f(-x)$ ,  $-f(x)$ ,  $|f(x)|$ ,  $f(|x|)$ ,  $f\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ ,  $f(x) - 1$ ,  $2f(x)$ ,  $f(2x)$ ,  $\frac{1}{2}f(x)$ ,  $f\left(\frac{x}{2}\right)$ .